UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDONÓPOLIS - UFR
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA – MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT/ UFR

JULIANA ALVES DOS SANTOS

O uso da lógica matemática como ferramenta para desenvolver o raciocínio lógico

Rondonópolis
2026

JULIANA ALVES DOS SANTOS

O uso da lógica matemática como ferramenta para desenvolver o raciocínio lógico

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação do PROFMAT da Universidade Federal de Rondonópolis, Área de Concentração: Matemática. Linha de Pesquisa: Ensino de Matemática, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador(a): Priscila Friedemann Cardoso

Aprovado em: 22 de abril de 2026.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDONÓPOLIS-UFR.

PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA - PROPGP/UFR.

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT/UFR.

FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO: O uso da lógica matemática como ferramenta para desenvolver o raciocínio lógico.

AUTORA : MESTRANDA **JULIANA ALVES DOS SANTOS** .

Dissertação submetida ao programa de pós-graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, PROFMAT, da Universidade Federal de Rondonópolis-UFR, vinculado ao curso de Matemática da UFR, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Dissertação defendida e aprovada em 22 de Abril de 2026.

Seguem as assinaturas dos membros titulares da banca.

COMPOSIÇÃO DA BANCA EXAMINADORA

1. **Profa. Dra. Priscila Friedemann Cardoso** (Presidente da Banca /Orientadora);
2. **Profa. Dra. Joelma Ananias de Oliveira** (Membro interno titular, UFR);
3. **Profa. Dra. Simone Francisco Ruiz** (Membro externo titular, UFPR).

Rondonópolis-MT, 22/04/2026.

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Priscila Friedemann Cardoso**, **Docente - UFR**, em 22/04/2026, às 17:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Joelma Ananias de Oliveira**, **Docente - UFR**, em 22/04/2026, às 18:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Simone Francisco Ruiz**, **Usuário Externo**, em 23/04/2026, às 13:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufr.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0695716** e o código CRC **A2BCEFCC**.

Referência: Processo nº 23853.005471/2026-16 SEI nº 0695716

Dados Internacionais de Catalogação na Fonte
Ficha Catalográfica elaborada de forma automática com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Permitida a reprodução parcial ou total, desde que citada a fonte.

A474u Alves dos Santos, Juliana.
O uso da lógica matemática como ferramenta para desenvolver o raciocínio lógico [recurso eletrônico] / Juliana Alves dos Santos. – Dados eletrônicos (1 arquivo : 84 f., il. color., pdf). – 2026.

Orientador(a): Priscila Friedemann Cardoso.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Rondonópolis, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Rondonópolis, 2026.
Inclui bibliografia.

1. Lógica matemática. 2. Raciocínio lógico. 3. Aprendizagem. I. Cardoso, Priscila Friedemann, *orientador*. II. Título.

DEDICATÓRIA

A Deus, fonte de toda sabedoria e sustento constante em cada etapa desta caminhada. Àquele que, em meio aos desafios, fortaleceu minha fé, renovou minhas forças e iluminou meus pensamentos para que eu pudesse perseverar.

Que esta conquista seja expressão de gratidão àquele que me concedeu vida, coragem e discernimento para transformar dificuldades em aprendizado e sonhos em realização.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus e à vida, pela oportunidade de caminhar, aprender e perseverar, mesmo diante dos desafios, concedendo-me força, sabedoria e esperança ao longo de toda esta trajetória.

Aos professores, expresso minha profunda gratidão pelo rigor acadêmico, pela orientação qualificada e pela generosidade intelectual, fundamentais para a construção deste trabalho e para o meu desenvolvimento enquanto pesquisadora.

À minha professora orientadora Prof. Dr. Priscila Friedemann, expresso meu mais sincero agradecimento. Sua condução firme e, ao mesmo tempo, sensível foi fundamental para a realização deste trabalho. Agradeço pela orientação criteriosa, pelas leituras atentas, pelas sugestões sempre pertinentes e pela disponibilidade constante em esclarecer dúvidas e indicar caminhos mais consistentes. Sua postura ética, seu rigor acadêmico e seu compromisso com a pesquisa foram determinantes para o amadurecimento teórico e metodológico desta dissertação. Mais do que orientar um trabalho, você contribuiu significativamente para a minha formação enquanto pesquisadora, incentivando a reflexão crítica, o aprofundamento conceitual e a busca pela excelência. Receba, portanto, minha profunda gratidão, admiração e respeito.

Aos colegas de curso, agradeço pela convivência, pelas trocas de conhecimentos, pelo apoio mútuo e pelos desafios compartilhados, que tornaram este percurso mais leve, significativo e enriquecedor.

Agradeço a todos familiares e amigos que direta e indiretamente me incentivaram a continuar evoluindo na busca do conhecimento e evolução.

Aos meus pais, expresso minha mais sincera gratidão pelo apoio incansável, pelos ensinamentos sólidos, pelos valores que moldaram minha trajetória e por sempre me incentivar a estudar O incentivo, a confiança e o exemplo de perseverança que sempre me ofereceram foram fundamentais para a concretização desta etapa tão significativa de minha vida acadêmica.

À minha filha Jade, minha maior inspiração. Agradeço por compreender meus momentos de dedicação aos estudos, por ter acreditado em mim, me dando forças para a conclusão dessa importante etapa da minha vida pessoal e profissional. Sua presença dá sentido a cada esforço e transforma desafios em conquistas. Tudo o que realizo carrega um pouco de você.

ERROS SÃO, NO FINAL DAS CONTAS, FUNDAMENTOS DA VERDADE. SE UM HOMEM NÃO SABE O QUE UMA COISA É, JÁ É UM AVANÇO DO CONHECIMENTO SABER O QUE ELA NÃO É.

CARL JUNG

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
IMPA	Instituto de Matemática pura e Aplicada
PROFMAT	Mestrado profissional em matemática em rede nacional
OBRL	Olimpiadas Brasileira de Raciocínio Lógico
UFR	Universidade Federal de Rondonópolis

LISTA DE SÍMBOLOS

V – Verdadeiro

F – Falso

¬P – negação (não *P*)

P ∧ Q – conjunção *(P* e *Q*)

P ∨ Q – disjunção (*P* ou *Q*, no sentido inclusivo)

P ⊕ Q – disjunção exclusiva (ou… ou, mas não ambos)

P → Q – implicação (*se P, ...então Q*)

P ↔ Q – bicondicional (*P se, e somente se, Q*)

∀x – quantificador universal (*para todo x*)

∃x – quantificador existencial (*existe pelo menos um x*)

∃!x – existe um único x

= – igualdade

≠ – diferente

<, >, ≤, ≥ – menor que, maior que, menor ou igual, maior ou igual

∈ – pertence

∉ – não pertence

⊂ – subconjunto próprio

⊆ – subconjunto

∪ – união

∩ – interseção

∅ – conjunto vazio

⊢ – dedução sintática (é demonstrável que)

⊨ – consequência lógica (implica semanticamente)

∴ – portanto

∵ – porque

∧, ∨, ¬ – operadores lógicos básicos

( ) – parênteses, usados para organização e precedência lógica

≡ - Congruente

RESUMO

Esta dissertação investiga o uso da lógica matemática como ferramenta pedagógica para o desenvolvimento do raciocínio lógico, destacando sua relevância no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Parte-se do pressuposto de que o raciocínio lógico constitui uma competência fundamental para a formação intelectual do estudante, sendo indispensável não apenas para a resolução de problemas matemáticos, mas também para a tomada de decisões e a construção do pensamento crítico. O estudo analisa conceitos centrais da lógica matemática, como proposições, conectivos lógicos, implicações e métodos de inferência, evidenciando sua contribuição para a organização do pensamento, a argumentação coerente e a capacidade de dedução. Além disso, discute-se a presença implícita da lógica matemática nos documentos curriculares nacionais, em especial na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e as possibilidades de sua abordagem explícita em sala de aula. A pesquisa, de natureza bibliográfica, aponta que a inserção sistemática de atividades de lógica matemática favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico, amplia a compreensão dos conteúdos matemáticos e promove uma aprendizagem mais significativa. Conclui-se que a lógica matemática deve ser valorizada como instrumento essencial no ensino, contribuindo para a formação de sujeitos mais autônomos e críticos. Como contribuição prática, o estudo apresenta dois produtos didáticos: uma sequência didática e um jogo, elaborados com o objetivo de auxiliar professores e estudantes na abordagem de conceitos relacionados às proposições e aos conectivos lógicos, oferecendo estratégias que podem ser aplicadas em sala de aula para tornar o aprendizado mais significativo.

Palavras-chave: lógica matemática; raciocínio lógico; aprendizagem.

ABSTRACT

This dissertation investigates the use of mathematical logic as a pedagogical tool for the development of logical reasoning, highlighting its relevance in the teaching and learning process of Mathematics. It is based on the assumption that logical reasoning constitutes a fundamental competence for students' intellectual formation, being indispensable not only for solving mathematical problems but also for decision-making and the construction of critical thinking. The study analyzes central concepts of mathematical logic, such as propositions, logical connectives, implications, and inference methods, emphasizing their contribution to the organization of thought, coherent argumentation, and deductive ability. Furthermore, the implicit presence of mathematical logic in national curricular documents is discussed, particularly in the Brazilian National Common Core Curriculum (BNCC), as well as the possibilities for its explicit approach in the classroom. The research, of a bibliographic nature, indicates that the systematic inclusion of mathematical logic activities fosters the development of logical reasoning, broadens the understanding of mathematical content, and promotes more meaningful learning. It is concluded that mathematical logic should be valued as an essential instrument in education, contributing to the formation of more autonomous and critical individuals. As a practical contribution, the study also presents didactic products, namely a didactic sequence and a game, developed with the aim of assisting teachers and students in approaching concepts related to propositions and logical connectives, offering strategies that can be applied in the classroom to make learning more meaningful.

Keywords: mathematical logic; logical reasoning; learning.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A escolha do tema justifica-se, inicialmente, como sugestão da orientadora, integrante do projeto de pesquisa “O-minimalidade e Aplicações”, que envolve estudos de fundamentos de matemática, em particular, estudo da lógica matemática e evidencia a relevância dessa área como instrumento de investigação e articulação com outros campos da matemática. Estudos contemporâneos, como os relacionados às estruturas o-minimais, reforçam o papel da lógica como ferramenta central na produção de conhecimento.

A partir dessa orientação, o presente trabalho direciona essa perspectiva ao contexto educacional e tem como objetivo explorar a relevância da lógica matemática como ferramenta pedagógica no desenvolvimento do raciocínio lógico na educação básica. Defende-se que, embora esteja presente de forma implícita em diversas atividades escolares, a lógica matemática ainda não é utilizada de maneira sistemática e intencional, o que resulta na subutilização de seu potencial formativo. Nesse sentido, busca-se evidenciar sua contribuição para o desenvolvimento da argumentação, da análise crítica e de uma formação mais consistente e reflexiva dos estudantes. Para tanto, o estudo fundamenta-se em uma revisão bibliográfica abrangente, contemplando fontes acadêmicas, documentos oficiais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e pesquisas contemporâneas sobre o ensino de Matemática e o desenvolvimento cognitivo.

A problemática central deste trabalho reside na insuficiente exploração da lógica matemática nas práticas pedagógicas, o que limita o desenvolvimento de competências cruciais, como a capacidade de argumentar, analisar situações variadas, relacionar ideias e resolver problemas de maneira organizada. A partir dessa perspectiva, defendemos que o ensino consciente e planejado da lógica matemática não apenas fortalece o raciocínio lógico dos estudantes, mas também torna o processo de ensino-aprendizagem mais significativo e eficaz. Assim, este trabalho visa contribuir para a reflexão crítica sobre metodologias educacionais que promovam um aprendizado mais robusto e integrado, enfatizando a importância da lógica matemática na formação de indivíduos capazes de enfrentar os desafios do mundo contemporâneo.

O objetivo geral desse trabalho é mostrar que por meio da logica matemática é possível desenvolver e ou aprimorar o raciocínio lógico. No que diz respeito aos objetivos específicos, este trabalho busca, em um primeiro momento, apresentar de maneira clara e organizada os principais fundamentos da lógica matemática, abordando conceitos como proposições, conectivos lógicos, tabelas-verdade e quantificadores, de modo a tornar esses elementos mais acessíveis e compreensíveis.

Também, procura-se refletir sobre a relação entre a lógica matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico, mostrando como as estruturas formais do pensamento auxiliam na organização das ideias, na construção de argumentos consistentes e no fortalecimento da capacidade de pensar de forma crítica e dedutiva.

A pesquisa desenvolvida neste trabalho caracteriza-se como uma revisão bibliográfica, fundamentada na análise de livros, artigos científicos e produções acadêmicas pertinentes ao tema.

Além da presente introdução, o estudo encontra-se organizado em capítulos, sendo que o capítulo 2 trata-se de como a lógica matemática pode ser utilizada como suporte para o desenvolvimento do raciocínio lógico no ensino básico. Já no capítulo 3 traz um contexto histórico da lógica matemática. No capítulo 4, temos uma fundamentação teórica, trazendo alguns conceitos básicos da lógica matemática, como proposições, conectivos e operações lógicas, além de construções de tabelas-verdades e quantificadores, ao final deste capítulo são apresentadas sugestões de referências para dar sequência e aprofundar nestes estudos.

O capítulo 5, traz produto didático 1, que consiste em uma sequência didática com a sugestão de um plano de aula, e um segundo produto didático que consiste em um jogo de cartas utilizando-se dos conceitos de lógica matemática.

Ao fim, no capítulo 6, temos as considerações finais, nas quais, entende-se que a inserção gradual dos conceitos de lógica matemática na educação básica pode contribuir de maneira significativa para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, oferecendo aos estudantes melhores condições para organizar o pensamento e enfrentar desafios intelectuais com maior segurança e autonomia.

2. A LÓGICA MATEMÁTICA COMO SUPORTE AO DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO NO ENSINO BÁSICO.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) constitui o documento normativo que orienta, de maneira articulada e progressiva, as aprendizagens essenciais a serem desenvolvidas por todos os estudantes ao longo das diferentes etapas e modalidades da Educação Básica. Nesse sentido, a BNCC compreende a matemática como uma ciência humana, construída a partir das necessidades e preocupações de distintas culturas em variados contextos históricos, além de reconhecê-la como uma ciência viva, que contribui para a resolução de problemas científicos e tecnológicos e para o avanço de descobertas e construções, inclusive com impactos significativos no mundo do trabalho (BRASIL, 2018).

Sob essa perspectiva, a matemática é tradicionalmente caracterizada como uma ciência de natureza hipotético-dedutiva, uma vez que se fundamenta em axiomas e postulados a partir dos quais são elaboradas definições, propriedades e teoremas por meio de demonstrações lógicas. Essa forma de organização confere à matemática precisão, coerência e consistência, pois suas conclusões decorrem de encadeamentos racionais rigorosamente estruturados.

As demonstrações, portanto, ocupam um lugar central nesse processo, já que são responsáveis por justificar e validar os resultados matemáticos, estabelecendo caminhos lógicos que explicam a veracidade das afirmações e favorecem o desenvolvimento do pensamento dedutivo e da capacidade de argumentação. (AGUILAR JUNIOR, NASSER, 2013)

Embora o rigor lógico-dedutivo seja um elemento fundamental da matemática, o ensino e a aprendizagem dessa área não devem restringir-se à mera apresentação de regras, fórmulas e demonstrações acabadas. Nesse contexto, a importância do papel heurístico das experimentações, entendidas como práticas pedagógicas que estimulam a investigação, a exploração de ideias, a formulação de hipóteses e a participação ativa do estudante. Ao integrar o rigor das demonstrações com a experimentação, o ensino da matemática torna-se mais significativo, contribuindo para uma aprendizagem que valoriza tanto a construção do conhecimento quanto o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico. (POLYA, 1995)

Tais experimentações podem ocorrer por meio da exploração de exemplos, da resolução de problemas, da observação de padrões, da formulação de hipóteses e do uso de materiais concretos ou recursos tecnológicos. Essas estratégias permitem que o aluno compreenda os conceitos de forma mais próxima de sua realidade, desenvolva intuições e construa significados antes de avançar para uma abordagem mais formal.

Quando o ensino da matemática consegue articular o rigor do raciocínio lógico com atividades de experimentação, a aprendizagem passa a fazer mais sentido para os estudantes e se aproxima de sua realidade. As práticas experimentais favorecem o envolvimento dos alunos, despertam o interesse, estimulam a curiosidade e contribuem para o desenvolvimento da autonomia intelectual, ao mesmo tempo em que as demonstrações desempenham um papel fundamental na consolidação dos conceitos e na organização do pensamento matemático. Dessa forma, aprender matemática deixa de ser um exercício repetitivo e mecânico, passando a constituir um processo ativo, consciente e reflexivo. Assim, embora a matemática seja essencialmente uma ciência de caráter lógico-dedutivo, torna-se imprescindível que o ensino valorize e integre a experimentação como parte essencial do processo de aprendizagem, promovendo uma compreensão mais profunda e significativa dos conteúdos.

2.1 LÓGICA NA BNCC

A BNCC, na área de matemática, está organizada em cinco eixos temáticos que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental e Médio. São eles: números, álgebra, geometria, grandeza e medidas e probabilidade e estatística. Cada unidade temática está organizada em objetos de conhecimento e habilidades.

No Ensino Fundamental, a lógica aparece de forma sutil e implícita, pois não apresenta um eixo isolado chamado “lógica matemática”. Entretanto seus conceitos e habilidades estão presentes em competências gerais e especificas. Nos anos finais do Ensino Fundamental, a lógica matemática aparece principalmente na BNCC nos campos “números e operações” e no campo “álgebra”, mas também está presente em “geometria e “probabilidade e estatística”. Podemos perceber que nessa fase, a lógica matemática aparece sempre que o estudante é levado a reconhecer padrões em sequência numéricas ou geométricas, resolver ou formular problemas, utilizando raciocínio dedutivo e indutivo. Como exemplos temos as habilidades EF07MA02, que está na unidade temática números e tem por objetivo “comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração (BRASIL, 2018 p.307), EF07MA10, “compara e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica” (BRASIL, 2018, pag. 307).

Já no Ensino Médio, está presente nas habilidades que envolvem construção e avaliação de argumentos, compreensão de implicações logicas, “se..., então...” e modelagem e resolução de situações problemas que exigem pensamento dedutivo e indutivo. Podemos citar a habilidade

EM13MAT501 “investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau” (BRASIL, 2018, p. 541).

A presença implícita da lógica nos fundamentos da BNCC pode gerar dificuldades tanto no planejamento pedagógico, uma vez que esse conteúdo ocupa um lugar secundário e é pontual, dissolvido em diferentes conteúdos e épocas do ensino escolar. Como resultado, a lógica acaba tendo menor visibilidade no currículo escolar, sendo compreendida como um componente complementar, quando, na verdade, deveria assumir um papel estruturante no processo de formação dos estudantes.

2.2 A IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DA LÓGICA MATEMÁTICA

Diferentes autores da área educacional têm ressaltado a importância da lógica no processo de desenvolvimento cognitivo. Piaget (1994), por exemplo, indicou que a lógica não se apresenta como um conhecimento pronto a ser transmitido, mas como uma construção gradual do sujeito, fundamental para a organização das estruturas do pensamento. Em diálogo com essa perspectiva, Papert (1980) destacou que a introdução da lógica desde os primeiros anos escolares pode favorecer maior autonomia dos estudantes em seus percursos de aprendizagem.

De forma complementar, D’Ambrósio (1996) compreende a lógica como uma linguagem de caráter universal, com potencial para ampliar as possibilidades de compreensão e participação dos sujeitos quando trabalhada de maneira contextualizada no espaço escolar. Essa leitura convida a refletir sobre a necessidade de um olhar mais atento para a lógica no currículo, considerando seu papel no desenvolvimento das capacidades cognitivas. As contribuições de Vygotsky (1991), ao enfatizar a mediação social no desenvolvimento intelectual, e de Piaget (1976), ao discutir as etapas do desenvolvimento cognitivo, reforçam essa compreensão, em consonância com a proposta da etnomatemática de D’Ambrósio (1996), que valoriza os contextos socioculturais no ensino da matemática.

Além disso, consta na Base Nacional Comum Curricular, em suas competências específicas de matemática para o ensino fundamental: “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.” (BRASIL, 2018, p. 267).

O raciocínio lógico, por sua vez, refere-se à capacidade cognitiva de estabelecer relações coerentes entre informações, identificar padrões, elaborar inferências e resolver problemas. Trata-se de uma habilidade mental utilizada tanto em contextos acadêmicos quanto em situações cotidianas, muitas vezes de forma informal (LÍBANO EDUCACIONAL, 2025).

A lógica matemática exerce um papel fundamental no aprimoramento do raciocínio lógico, na medida em que fornece uma base formal e estruturada para o pensamento analítico. Ao estudar os princípios da lógica matemática, tais como proposições, conectivos lógicos, quantificadores, tabelas-verdade e regras de inferência, o indivíduo desenvolve habilidades cognitivas que o capacitam a pensar de maneira mais rigorosa, coerente e sistemática.

Ao trabalhar com sistemas formais, a lógica matemática exige que o raciocínio seja conduzido com precisão, sem ambiguidade, o que estimula a clareza na formulação de argumentos e na identificação de erros lógicos. Esse processo favorece o desenvolvimento da capacidade dedutiva, isto é, a habilidade de extrair conclusões válidas a partir de premissas bem definidas, competência central no raciocínio lógico. (BRASIL ESCOLA)

Além disso, o estudo da lógica matemática permite que o indivíduo compreenda e aplique estruturas lógicas universais, como o modus ponens, e os princípios da não contradição e do terceiro excluído. Tais estruturas, quando internalizadas, tornam-se ferramentas mentais que ajudam na resolução de problemas não apenas matemáticos, mas também cotidianos e interdisciplinares. (MAGOSSI, 2020)

Outro ponto relevante é que a lógica matemática promove o desenvolvimento de um pensamento abstrato, essencial para a resolução de problemas complexos. Ao lidar com símbolos e representações formais, o aprendiz é levado a transcender o raciocínio concreto e a operar com conceitos gerais, o que enriquece sua capacidade de generalização e análise crítica. Em síntese, a lógica matemática não apenas fundamenta os sistemas formais da matemática e da ciência, como também atua como um instrumento formativo do pensamento lógico. Seu estudo contribui decisivamente para o fortalecimento das habilidades de argumentação, análise, dedução e resolução de problemas, sendo, portanto, um componente essencial na formação do raciocínio lógico. (MATHEUS, 2013)

Diante disso evidenciamos que o ensino sistemático da lógica matemática contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico. (SILVA, LOZANO, LOPES 2012)

3. CONTEXTO HISTÓRICO DA LÓGICA MATEMÁTICA

A história da lógica matemática é um campo fascinante, que vem por séculos desmistificando e conectando a filosofia, a matemática e a ciência da computação. Ela surgiu como um esforço para compreender, organizar e expressar o raciocínio válido. Faremos um breve histórico do surgimento da lógica e seus precursores ao longo da história. Para tanto, nos baseamos em Boyer (2012), D'Ottaviano, Feitosa (2003) e Hegenberg (2012).

Na antiguidade a lógica surgiu na Grécia Antiga no século IV a.C. com Aristóteles sendo considerado o pai da lógica formal. A maior parte da contribuição relevante de Aristóteles para a lógica encontra-se no grupo de trabalhos conhecidos como *Organon*, mais especificamente nos *Analytica Priora* e no *De Interpretatione*. Aristóteles criou a teoria do silogismo, que é um tipo de raciocínio dedutivo, onde partimos de algo mais geral para algo mais específico, composto por três etapas principais: duas premissas (afirmações iniciais) e uma conclusão, deduzida a partir da análise das premissas. Especificamente no estudo dos silogismos, as proposições que compõem o argumento são tradicionalmente denominadas premissa maior, premissa menor e conclusão. Cada uma dessas proposições desempenha uma função específica na estrutura dedutiva do silogismo.

1ª Etapa: Premissa maior: é a proposição mais geral do silogismo. Ela contém o termo maior, que será o predicado da conclusão.

2º Etapa: Premissa menor: é a proposição mais específica. Ela contém o termo menor, que será o sujeito da conclusão.

3ª Etapa: Conclusão: é a proposição resultante da relação entre as duas premissas. Ela articula o termo menor (sujeito) e o termo maior (predicado), cuja ligação é mediada por um terceiro termo, chamado **termo médio**.

O termo médio aparece em ambas as premissas, mas não está presente na conclusão. Sua função é estabelecer uma relação lógica entre os outros dois termos.

Exemplo de silogismo:

- Premissa maior: Todos os homens são mortais
- Premissa menor: João é homem
- Conclusão: Portanto João é mortal.

Nesse exemplo, o termo homem é o termo médio.

O silogismo é utilizado para garantir raciocínio corretos, ajuda a verificar se uma conclusão realmente segue das premissas, evitar "achismos" (FERREIRA, 2013).

Nessa era, a lógica ainda não fazia parte da matemática, era vista como parte da filosofia e se desenvolveu em diferentes localidades ao longo do tempo. Crisipo, filósofo Estoico, desenvolveu uma lógica rudimentar proposicional, usando conectivos “se”, “então” e “ou”. Ainda na antiguidade, por volta do século II a.C. tivemos destaque na lógica indiana dos filósofos da escola de Nyãya que desenvolveram sistemas rigorosos de argumentação. Na China, tivemos Gongsun Long que propôs paradoxos e discussões lógicas semelhantes às ocidentais.

Na idade média, a lógica foi intensamente estudada por filósofos cristãos, islâmicos e judeus. Os mesmos sistematizaram a lógica aristotélica, para explicar teologia e direito. No mesmo período, foi desenvolvida a lógica modal, ramo da lógica que trabalha com possibilidade e necessidade.

Já no renascimento e era moderna, por volta dos séculos XV a XVIII, grandes nomes da matemática como René Descartes e Leibniz fizeram parte de seu desenvolvimento. Nessa era, houve grande interesse em fundar o conhecimento vindo de bases racionais, dessa forma, buscaram caminhos para uma lógica universal, caracterizada por uma linguagem e simbologia universais para representar o pensamento.

No século XIX, ocorreu a revolução simbólica e, por volta de 1815 – 1864, George Boole, criou a lógica booleana. A lógica booleana foi desenvolvida como uma alternativa simbólica e algébrica à lógica tradicional aristotélica. Enquanto a lógica clássica baseava-se em formas silogísticas e estruturas linguísticas, a lógica booleana propôs uma abordagem matemática, utilizando símbolos e operações semelhantes às da álgebra. Essa inovação representou uma ruptura epistemológica, pois permitiu o tratamento formal e abstrato de proposições lógicas por meio de operações binárias. Em sua obra seminal, *The Mathematical Analysis of Logic* (1847), introduziu a ideia de que o raciocínio lógico poderia ser representado por equações algébricas. Em 1854, ele aprofundou suas ideias no livro *An Investigation of the Laws of Thought.*

Nessas obras, Boole propôs um sistema algébrico baseado em dois valore fundamentais: 1 (verdadeiro) ou 0 (falso). Com base nesses valores, ele definiu operações lógicas como:

• Conjunção (AND) — equivalente ao produto (multiplicação);

• Disjunção (OR) — semelhante à adição, mas com restrições;

• Negação (NOT) — operação que inverte o valor lógico.

Essas operações formam os fundamentos da chamada Álgebra Booleana.

Nesse período também fizeram história Augustus De Morgan, com regras de negação, as “Leis De Morgan”, Charles Pierce, com a lógica racional e diagramas lógicos e Gottlob Frege, que fundou a lógica de predicados, que serviu de base para toda lógica moderna.

No século XX, a lógica se destacou em fundamentos e computação, tendo como grandes nomes Bertrand Russell e Alfred North Whitehead com *Principia Mathematica*, (tradução livre do latim: Princípios da Matemática), uma obra de três volumes sobre fundamentos matemáticos, nos quais tentaram traduzir toda matemática a partir da lógica.

Nesse contexto David Hilbert também tentou formalizar toda a matemática, Kurt Godel demonstrou o Teorema da Incompletude, que afirma que todo sistema lógico suficientemente poderoso é incompleto, Alan Turing decifrou a máquina Enigma durante a segunda Guerra Mundial usando sistemas lógicos e fundou a ciência da computação com base na lógica matemática (máquina de Turing) e Claude Shannon aplicou álgebra booleana ao projeto de circuitos digitais.

Além da lógica clássica, na atualidade, temos as lógicas não clássicas, que são sistemas formais diferentes dos sistemas lógicos padrão, das quais podemos destacar:

- Lógica fuzzy, que rejeita o princípio do terceiro excluído.
- Lógica intuicionista, também rejeita a lei do terceiro excluído, as leis de Morgan e a dupla negativa.
- Lógica modal, corresponde a uma ampliação da lógica clássica com operadores não verdades funcionais.
- Lógica paraconsistente, que rejeita a lei da não contradição.

Temos muitas outras lógicas não clássicas, que em sua maioria estão presentes em inteligências artificiais, linguagens de programação, verificações de softwares, filosofias da linguagem e da mente. Para saber mais sobre as lógicas não clássicas, ver D’Ottaviano, Feitosa (2003).

Nos utilizaremos da Lógica Aristotélica, no desenvolvimento deste trabalho.

4. FUNDAMENTOS E PROPOSIÇÕES DA LÓGICA MATEMÁTICA

4.1- LÓGICA INFORMAL E LÓGICA FORMAL

Quando falamos em matemática, precisamos de uma linguagem específica, e essa linguagem deve ser precisa, sem duplas interpretações, e é justamente a lógica que essa linguagem matemática utiliza. É também a lógica que utilizamos para verificar se o nosso raciocínio está correto ou não, se os nossos argumentos são válidos ou não. Precisamos ter bastante cuidado com o uso do termo "lógica", uma vez que é frequentemente utilizado no nosso dia a dia, de maneira informal. Nesse trabalho, utilizaremos a lógica formal.

Podemos dizer que a lógica informal estuda a forma como as pessoas raciocinam no cotidiano. Ela se ocupa dos argumentos que usamos em conversas, textos, debates e situações do dia a dia, considerando o contexto, a intenção de quem fala e a clareza das ideias apresentadas. Seu principal objetivo é avaliar se um argumento é convincente, identificar possíveis falhas de raciocínio (as chamadas falácias) e estimular uma postura crítica diante dos discursos que nos cercam. Já a lógica formal analisa o raciocínio de maneira mais sistemática e abstrata. Nesse caso, o foco não está no conteúdo das ideias, mas na forma como elas se conectam. Para isso, são utilizados símbolos, regras e estruturas bem definidos, que permitem verificar com precisão se uma conclusão realmente decorre das premissas apresentadas. Esse tipo de lógica é amplamente empregado na matemática, na filosofia e na ciência da computação. De modo geral, pode-se dizer que a lógica informal ajuda a compreender como raciocinamos na prática, enquanto a lógica formal permite verificar se o raciocínio está corretamente estruturado (BELLUCCO, 2023), (MACHADO, CUNHA 2005).

Segue exemplos de argumentos expressos em lógica informal, semelhantes aos usados no cotidiano:

- *"Está chovendo, então é melhor levar um guarda-chuva."*
  Argumento baseado em uma situação prática do dia a dia.
- *"Esse aluno estuda sempre e participa das aulas; por isso, provavelmente terá um bom desempenho."*
  Raciocínio plausível, mas não formalizado matematicamente.
- *"Não devemos acreditar nessa propaganda, pois ela exagera os benefícios do produto".*
  Avaliação crítica de um argumento, típica da lógica informal.

Agora alguns exemplos de argumentos expressos de forma estruturada e simbólica, nos quais importa a forma lógica:

Forma verbal:

a) Se um número é par, então é divisível por 2.

- 8 é par.
- Logo, 8 é divisível por 2.

b) Priscila é professora de matemática.

- Priscila é inteligente.
- Logo Priscila é professora de matemática e inteligente.

Forma simbólica (lógica proposicional):

- Seja P: "Está chovendo."
- Seja Q: "Levo guarda-chuva."
- Seja R: "Fico seca."

Estrutura: $(P \to Q) \wedge (Q \to \mathrm{R})$

Lê se: "Se está chovendo, então levo guarda-chuva, e se levo guarda-chuva, então fico seca."

Iremos definir mais à frente o conceito de proposições e seus conectivos.

Lógica matemática:

- Todo múltiplo de 4 é par.
- 12 é múltiplo de 4.
- Logo 12 é par.

Veja que esse exemplo se trata de um silogismo.

A seguir um exemplo de argumento não lógico, ou seja, não apresentam encadeamento racional entre premissas e conclusão, nem respeitam critérios de validade, coerência ou justificação, diferentemente dos argumentos formais ou informais bem estruturados.

"Esse professor está errado, porque fala muito difícil."

Nesse caso:

- A dificuldade de compreensão não prova que o conteúdo esteja errado.
- A conclusão não decorre de critérios lógicos, mas de uma impressão pessoal.

Assim podemos dizer que a Lógica Matemática é a disciplina que investiga as estruturas formais do pensamento dedutivo, utilizando símbolos, regras e sistemas formais para analisar a validade dos argumentos, a consistência de teorias e as relações entre proposições. Cada proposição é uma sentença declarativa, que podem ser classificadas como verdadeiras ou falsas, mas nunca as duas coisas ao mesmo tempo. Para isso seguimos com os princípios fundamentais da lógica matemática.

Para as próximas seções, 4.2 a 4.6, nos baseamos em Holanda e Muniz Neto (2019), Machado e Cunha (2005), Sérates (1997, v.1), Alencar Filho (2012), Mariano, Almeida e Oliveira (2013) e Carvalho e Campos (2010).

4.2 PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS DA LÓGICA MATEMÁTICA

Os Princípios Fundamentais da Lógica Matemática são as bases conceituais que sustentam o raciocínio lógico-formal. Eles orientam a forma como as proposições são construídas, analisadas e avaliadas quanto à sua validade e coerência. Esses princípios garantem que os argumentos matemáticos e lógicos sejam consistentes, não contraditórios e compreensíveis.

1. **Princípio da identidade:** Estabelece que todo ente é idêntico a si mesmo.
2. **Princípio da não contradição**: nenhuma proposição pode ser ao mesmo tempo verdadeira e falsa.
3. **Princípio do terceiro excluído**: uma proposição ou é verdadeira ou é falsa. Não existe uma terceira possibilidade.

4.3 PROPOSIÇÕES SIMPLES E PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

As proposições são expressões as quais podemos atribuir valores lógicos de verdadeiro (V) ou falso (F), e são representadas por letras maiúsculas do alfabeto, podendo elas serem proposições simples ou compostas. Seguem exemplos de proposições:

$$P\text{: }Brasília\text{ é }a\ capital\ do\ Brasil.\ (V)$$

$$R\text{: }Todo\ triângulo\ possui\ quatro\ vértices.\ (F)$$

Já os exemplos a seguir não são proposições, uma vez que não é possível estabelecer um valor verdadeiro ou falso a elas.

$$R\text{: }Que\ horas\ são?$$

$$S\text{: }Desça\ daí!$$

$$M\text{: }Não\ faça\ isso!$$

As proposições simples são aquelas que não possuem conexão com nenhuma outra proposição, o valor de uma proposição simples P é denotado por $V(P)$. Assim identifica-se que $V(P)$ é verdadeira (V), escrevendo se $V(P) = V$, e analogamente identifica se que P é falsa (F), escrevendo se $V(P) = F$.

Ela não pode ser decomposta em outras proposições menores sem perder o sentido lógico. Exemplos de proposições simples:

$$P: A\ Terra\ \text{é}\ plana, V(P) = F.$$

$$Q: A\ grama\ \text{é}\ verde.\ V(Q) = V.$$

$$T: 18 < 26.\ V(T) = V.$$

E proposições compostas são aquelas formadas por duas ou mais proposições simples, ligadas por conectivos lógicos.

Exemplos utilizando os conectivos:

- A negação: "**não**", representado pelo símbolo ¬ ou ~. Exemplo:

P: *Hoje não está chovendo.*

- A conjunção: "**e**", representado pelo símbolo ∧. Exemplo:

Q: *Jade é bonita e tem cabelo cacheado.*

- A disjunção: "**ou**", representado pelo símbolo ∨. Exemplo:

T: *Vou à escola ou vou para o cinema.*

- A condicional: "**se... então**", representada pelo símbolo (→). Exemplo:

R: *Se estudar para a prova então será aprovado.*

- A bicondicional: "**se e somente se**", representada pelo símbolo (↔). Exemplo:

Q: *Um número natural é ímpar se, e somente se ele não é par.*

Segue tabela com os conectivos e seus respectivos símbolos.

Tabela 1 – Símbolos e conectivos

CONECTIVO	FUNÇÃO	SÍMBOLO
Não	Negação	¬ ou ~
E	Conjunção	∧
Ou	Disjunção inclusiva	∨
Ou	Disjunção exclusiva	⊕
Se..., então...	Condicional	→

Se, e somente se, ...	Bicondicional	$\leftrightarrow$

Fonte: Próprio autor.

O valor lógico de uma proposição composta depende dos valores lógicos das proposições simples que a constituem e das regras dos conectivos utilizados.

4.4 TABELA-VERDADE

A tabela-verdade é um instrumento da lógica matemática utilizado para analisar e determinar o valor lógico de uma proposição composta a partir de todas as combinações possíveis de valores lógicos das proposições simples que a constituem.

Em uma tabela-verdade, trabalha-se exclusivamente com dois valores lógicos possíveis: V (verdadeiro) e F (falso). Esses valores são atribuídos às proposições simples, que são enunciados declarativos aos quais se pode atribuir um valor de verdade.

Para construirmos uma tabela-verdade, primeiramente precisamos identificar quantas proposições simples estão sendo empregadas na formação da proposição composta. Ao utilizar n proposições simples, a tabela-verdade deverá apresentar 2^n linhas, sendo que cada linha corresponde a uma combinação possível dos valores lógicos dessas proposições. Dessa maneira, as n primeiras colunas da tabela são destinadas à representação dessas combinações.

Na etapa seguinte, utilizam-se as regras de cada conectivo lógico para calcular os valores das proposições compostas até se chegar à proposição final. Nesse processo, é fundamental respeitar a ordem de resolução indicada pelos parênteses, bem como a hierarquia de importância entre os diferentes conectivos. Além disso, é importante lembrar que, se uma proposição composta for construída a partir de n proposições simples e m conectivos, a tabela-verdade deverá apresentar $n + m$ colunas. Veremos a construção da tabela-verdade de cada conectivo no item 4.5 e de proposições compostas mais gerais no item 4.6.

Exemplos:

1) Para uma proposição P, o número de linhas da tabela-verdade é $2^1 = 2$.

Tabela 2. Tabela-verdade com uma proposição.

P
V
F

Fonte: Própria autoria.

Veja que P é uma proposição simples. $V\ e\ F$ são os dois valores lógicos que, exclusivamente podem ser atribuídos a P.

2) Sejam $P\ e\ Q$, proposições lógicas simples, o número de linhas da tabela-verdade que utiliza apenas P e Q é $2^2 = 4$.

Tabela 3. Construção de tabela-verdade com duas proposições.

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

Fonte: Própria autoria.

No exemplo 2, tanto P quanto Q são proposições simples logo os quatro possíveis valores lógicos das duas proposições são as seguintes combinações: $(V,V),(V,F),(F,V)\ e\ (F,F)$.

3) Sejam $P, Q\ e\ R$, três proposições simples utilizadas em uma proposição composta, logo o número de linhas da tabela-verdade será $2^3 = 8$.

Tabela 4. Construção de tabela-verdade com três proposições.

P	Q	R
V	V	V
V	V	F

V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Fonte: Própria autoria.

No exemplo 3, afirmamos que P, $Q\ e\ R$ são proposições simples, logo os possíveis valores lógicos das três proposições são as seguintes combinações:

$$(V,V,V),(V,V,F),(V,F,V),(V,F,F),(F,V,V),(F,V,F),(F,F,V)\ e\ (F,F,F)$$

totalizando oito ternos ordenados de valores lógicos.

4.5 OPERAÇÕES LÓGICAS SOBRE PROPOSIÇÕES

NEGAÇÃO (¬)

Na Lógica Matemática, a negação é uma operação lógica que transforma uma proposição em outra proposição com valor lógico oposto, e é denotada pelo símbolo ¬.

Seja P uma proposição, denotaremos a negação de P, por $\neg P$ (não P). Isso implica dizer que $V(\neg P) = F$ (falsidade), quando $V(P) = V$ (verdadeiro), e vice-versa.

A seguir uma tabela-verdade com o valor lógico de uma proposição P e sua negação:

Tabela 5 - Valor lógico da negação

P	$\neg P$
V	F
F	V

Fonte: própria autoria

Exemplo:

$$P = Jade \text{ é } uma\ princesa\ (V)$$

$$\neg P = Jade\ não \text{ é } uma\ princesa\ (F)$$

$$V(\neg P) = F\ (falso)$$

Outra forma de se exprimir uma negação:

- Não é verdade que Jade é uma princesa.
- É falso que Jade é uma princesa.

Negar uma proposição não significa afirmar o contrário do conteúdo no sentido cotidiano, mas sim inverter seu valor lógico.

CONJUNÇÃO (∧)

A conjunção é o conectivo lógico que une duas proposições, formando uma proposição composta que só é verdadeira quando ambas as proposições componentes são verdadeiras, ou seja, que exige a veracidade simultânea das proposições envolvidas, sendo simbolizada por ∧.

Sejam P e Q duas proposições. Dizemos que $P \wedge Q$ é a conjunção das duas proposições e lemos "P e Q".

A conjunção de "P e Q" é uma proposição verdadeira quando $V(P) = V(Q)$, é falsa nos demais casos, ou seja, só será verdadeira quando as duas proposições P e Q forem verdadeiras.

O valor lógico da conjunção de duas proposições é definido conforme a tabela-verdade abaixo:

Tabela 6 – Valor lógico da conjunção.

P	Q	$P \wedge Q$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Fonte: própria autoria

Exemplo:

$$P = Hoje\ está\ sol.$$

$$Q = Vou\ à\ praia.$$

$$P \wedge Q = Hoje\ está\ sol\ e\ vou\ à\ praia.$$

Logo, a proposição composta $P \wedge Q$ é "$Hoje\ está\ sol\ e\ vou\ à\ praia$".

DISJUNÇÃO INCLUSIVA ($\vee$)

A disjunção inclusiva, representada pelo símbolo $\vee$, é o conectivo lógico que assume valor verdadeiro sempre que pelo menos uma das proposições envolvidas for verdadeira, incluindo a situação em que ambas o sejam.

Sejam P e Q duas proposições, a expressão $P \vee Q$ representa a disjunção inclusiva e é lida como "P ou Q". Nessa construção, a proposição composta $P \vee Q$ somente terá valor lógico falso (F) quando tanto P quanto Q forem ambas falsas.

O valor lógico de disjunção inclusiva de duas proposições é definido conforme a tabela-verdade abaixo:

Tabela 7 - Valor lógico de disjunção inclusiva.

P	Q	$P \vee Q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Fonte: própria autoria

Exemplo:

$$P = está\ chovendo\ (V)$$

$$Q = está\ fazendo\ sol\ (F)$$

A disjunção inclusiva das proposições P e Q será: Está chovendo ou está fazendo sol e, seu valor lógico é:

$$V(P \vee Q) = V(\ Está\ chovendo\ ou\ está\ fazendo\ sol)$$

DISJUNÇÃO EXCLUSIVA ($\oplus$)

A disjunção exclusiva é um conectivo lógico que expressa uma alternativa excludente, isto é, a proposição composta é verdadeira quando exatamente uma das proposições é verdadeira e falsa quando ambas são verdadeiras ou ambas são falsas.

Denotamos a disjunção exclusiva de P e Q por $P \oplus Q$, e lê-se " P ou Q, mas não ambas".

Note que a palavra "ou" tem dois sentidos, veja no exemplo a seguir:

$$P = Léo \text{ é } estudante\ ou\ garçom$$

isso indica que "pelo menos uma das proposições"

$$P = Léo \text{ é } estudante$$

$$Q = Léo \text{ é } garçom$$

é verdadeira, mas podendo ambas proposições ser verdadeiras:

$$Leo \text{ é } estudante\ e\ garçom.$$

O exemplo acima não caracteriza uma disjunção exclusiva, pois ambas podem ser verdadeiras. A disjunção exclusiva, por outro lado, é o caso em que isso não ocorre, isto é, quando as proposições não podem ser ambas verdadeiras, ou seja, ou acontece uma ou acontece a outra, mas nunca ambas.

Por exemplo, sejam as proposições:

$$P = Léo \text{ é } goiano.$$

$$Q = Léo \text{ é } mineiro.$$

Léo não pode ser goiano e mineiro; ou Léo é goiano, ou Léo é mineiro.

A disjunção exclusiva de duas proposições P e Q, só será verdadeira quando $V(P) \neq V(Q)$ e falsa quando $V(P) = V(Q)$, ou seja, quando P e Q são ambas falsas ou ambas verdadeiras.

O valor lógico da Disjunção exclusiva é dado pela tabela-verdade:

Tabela 8 – Valor lógico da disjunção exclusiva.

P	Q	$P \oplus Q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V

V	V	F

Fonte: própria autoria

Exemplo: A porta só abre com um cartão ou com senha, mas não com os dois ao mesmo tempo.

$$P = uso\ do\ cart\tilde{a}o$$

$$Q = uso\ de\ senha$$

Tabela 9 – Tabela-verdade "A porta abre?".

$P = cart\tilde{a}o$	$Q = senha$	$A\ porta\ abre?\ (P \oplus Q)$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	F

Fonte: própria autoria

CONDICIONAL (→)

O condicional é um conectivo lógico que relaciona duas proposições, indicando que a veracidade de uma implica a veracidade da outra.

O condicional de duas proposições P e Q é falsa quando o valor lógico de P é verdadeira, e o valor lógico de Q é falsa, nos demais casos a proposição será verdadeira. É representado por $P \rightarrow Q$, e lê se: "se P então Q", onde P é o antecedente e Q é consequente.

Tabela 10 – Valor lógico de condicional.

P	Q	$P \rightarrow Q$
F	F	V
F	V	V
V	F	F

V	V	V

Fonte: própria autoria

Exemplo: Sejam as proposições:

$$P = O\ mês\ de\ dezembro\ tem\ 31\ dias. (V)$$

$$Q = Todo\ numero\ primo\ é\ ímpar.\ (F)$$

Conclui-se que $V\ (P \rightarrow Q)\ =\ F$.

BICONDICIONAL (↔)

O bicondicional formaliza situações em que duas proposições são logicamente dependentes uma da outra, sendo verdadeiro apenas quando ambas são verdadeiras ou ambas são falsas,

O bicondicional de duas proposições P e Q, é verdadeira quando ambas proposições possuem o mesmo valor lógico, ou seja, P e Q são ambas verdadeiras ou P e Q são ambas falsas. É denotado por $P \leftrightarrow Q$ e lê se: P se, e somente se, Q.

Tabela 11 – Valor lógico de bicondicional.

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Fonte: própria autoria.

Exemplo: Um número é par se e somente se, ele é divisível por 2.

$$P{:}\ x\ é\ um\ número\ par.$$

$$Q{:}\ x\ é\ divisível\ por\ 2.$$

Equivale a dizer que, se um número é divisível por dois, logo ele é par, e que se ele é par, logo é divisível por dois.

4.6 CONSTRUÇÃO DA TABELA-VERDADE UTILIZANDO OS OPERADORES LÓGICOS

Como descrito no item 4.3, trabalhamos com proposições compostas, onde valor lógico que elas assumem (verdadeiro ou falso) depende diretamente dos valores lógicos atribuídos às proposições simples que as formam. Isso significa que, conhecendo se cada proposição simples é verdadeira ou falsa, podemos determinar o valor da proposição composta aplicando as regras dos conectivos lógicos.

Por exemplo, considere a proposição $R = (P \to Q) \vee (\neg P)$. Se $P\ e\ Q$ forem verdadeiras, então a implicação $P \to Q$ será verdadeira, e a negação $\neg P$ será falsa. Como a disjunção "ou" é verdadeira quando pelo menos uma das partes é verdadeira, a proposição R será verdadeira nesse caso.

De modo geral, para toda combinação possível de valores lógicos atribuídos a P e Q, é possível calcular um valor lógico correspondente para a proposição composta R, o que mostra que seu valor lógico é completamente determinado pelos valores das proposições simples que a constituem. Podemos listar todas as combinações possíveis construindo uma tabela verdade. Vamos a mais um exemplo: Seja $(P \vee \neg Q) \leftrightarrow R$, note que temos três proposições (premissas): P, Q e R. Usando a fórmula 2^n, calculamos o número de linhas que utilizaremos para a construção da tabela-verdade. No nosso caso, temos $2^3 = 8$, pois n representa a quantidade de proposições simples, logo nossa tabela verdade possuirá oito linhas. E, como possui três proposições e três conectivos, o número de colunas será dado por $n + m$, onde $n = 3$ e $m = 3$. Portanto a tabela-verdade possuirá 6 colunas. Dessa forma, teremos uma tabela-verdade de 8 linhas e 6 colunas. Segue a construção da tabela-verdade $(P \vee \neg Q) \leftrightarrow R$

Vamos começar preenchendo as colunas com as proposições simples, por meio de todas as combinações possíveis.

Tabela 12 – Construção de uma tabela-verdade 1.

P	Q	R
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F

F	*V*	*V*
F	*V*	*F*
F	*F*	*V*
F	*F*	*F*

Fonte: própria autoria.

Precisamos calcular:

1. $\neg Q$

2. $P \lor \neg Q$

3. $(P \lor \neg Q) \leftrightarrow R$

1. Adicionando a coluna $\neg Q$

Tabela 13 - Construção de uma tabela-verdade 2.

P	Q	R	$\neg Q$
V	*V*	*V*	*F*
V	*V*	*F*	*F*
V	*F*	*V*	*V*
V	*F*	*F*	*V*
F	*V*	*V*	*F*
F	*V*	*F*	*F*
F	*F*	*V*	*V*
F	*F*	*F*	*V*

Fonte: própria autoria.

2. Agora adicionando a coluna $P \lor \neg Q$

Tabela 14 - Construção de uma tabela-verdade 3.

P	Q	R	$\neg Q$	$P \vee \neg Q$
V	V	V	F	V
V	V	F	F	V
V	F	V	V	V
V	F	F	V	V
F	F	F	V	V
F	F	V	V	V
F	V	F	F	F
F	V	V	F	F

Fonte: própria autoria.

3. Adicionando a coluna $(P \vee \neg Q) \leftrightarrow R$

Tabela 15 - Construção de uma tabela-verdade 4.

P	Q	R	$\neg Q$	$P \vee \neg Q$	$(P \vee \neg Q) \leftrightarrow R$
V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	F
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F
F	F	F	V	V	F
F	F	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V
F	V	V	F	F	F

Fonte: Própria autoria.

Dessa forma temos a nossa tabela verdade, que nos ajuda a entender e determinar o valor lógico de uma proposição composta, considerando todas as combinações possíveis de valores das proposições simples que a formam.

Com a tabela-verdade, torna-se mais fácil verificar, de maneira clara e organizada, em quais situações uma proposição é verdadeira ou falsa, seguindo as regras dos conectivos lógicos, como "e", "ou", "se… então", "se e somente se" e a negação. Cada linha da tabela representa um caso diferente, permitindo visualizar como a proposição se comporta em todas as possibilidades.

Além disso, a tabela-verdade é uma ferramenta muito importante para:

- Analisar se um argumento lógico é válido.
- Identificar tautologias, contradições e contingências, dos quais falaremos na seção a seguir.
- Comparar proposições e verificar se elas são logicamente equivalentes;
- auxiliar na compreensão do raciocínio lógico em áreas como a matemática, a filosofia e a computação. Sobre isso, o leitor pode encontrar mais informações em Bertolini, Fortes (2017), Souza (2008) e Velasco (2009).

De maneira geral, a tabela-verdade possibilita uma compreensão mais clara e segura do funcionamento das proposições lógicas, contribuindo para uma análise mais rigorosa e consistente dos raciocínios.

Tabela 16 - Resumo.

Símbolo	Nome	Leitura comum	Verdadeiro quando...
$\neg P$	Negação	"Não P"	Quando P for falso.
$P \wedge Q$	Conjunção	"P e Q"	Quando P e Q forem verdadeiros.
$P \vee Q$	Disjunção	"P ou Q"	Quando pelo menos um for verdadeiro.
$P \rightarrow Q$	Condicional	"Se P, então Q"	Falso só quando P = V e Q = F.
$P \leftrightarrow Q$	Bicondicional	"P se e somente se Q"	Verdadeiro quando P e Q têm o mesmo valor lógico.

Fonte: própria autoria.

4.7 TAUTOLOGIAS, CONTRADIÇÕES E CONTINGÊNCIAS

TAUTOLOGIAS

Define-se tautologia como uma proposição composta que assume valor lógico verdadeiro em todas as possíveis combinações de valores lógicos das proposições simples que a compõem. Isso significa que, independentemente da situação analisada, o resultado final da proposição será sempre verdadeiro.

Principais características:

- É sempre verdadeira.
- Não depende dos valores das proposições simples.
- Representa uma verdade lógica universal.

Exemplo:

Considere a proposição: P: "$Ou\ eu\ vou\ ao\ trabalho\ hoje, ou\ não\ vou$".

Forma lógica:

- P: "$Vou\ ao\ trabalho\ hoje$".
- $\neg P$: "$Hoje\ não\ vou\ ao\ trabalho$".
- Proposição:

$$P \vee \neg P$$

Tabela 17 - Tabela-verdade de Tautologia.

P	$\neg P$	$P \vee \neg P$
V	F	V
F	V	V

Fonte: Própria autoria.

As tautologias são usadas para verificar a validade de argumentos lógicos, pois um argumento válido pode ser expresso como uma tautologia.

CONTRADIÇÕES

Define-se uma contradição como uma proposição composta que assume valor lógico falso em todas as possíveis combinações de valores lógicos das proposições simples que a formam. Ou seja, não existe nenhuma situação em que a proposição seja verdadeira.

Principais características:

- É sempre falsa.
- Não pode ser verdadeira em nenhuma circunstância.
- Representa uma impossibilidade lógica.

Exemplo:

Sejam as proposições:

$$P: a\ soma\ de\ dois\ números\ pares\ \text{é}\ um\ numero\ par.$$

$$\neg P: a\ soma\ de\ dois\ pares\ não\ \text{é}\ um\ número\ par.$$

Logo, $P \wedge \neg P$ é uma contradição, pois P é uma sentença verdadeira e $\neg P$ é uma sentença falsa. Observe que a conjunção de uma proposição com sua negação sempre será uma contradição.

Tabela 18 – Tabela-verdade de Contradição.

P	$\neg P$	$P \wedge \neg$ P
V	F	F
F	V	F

Fonte: Própria autoria**.**

Contradições indicam incoerência lógica e devem ser evitadas em argumentos e sistemas formais.

CONTINGÊNCIAS

Define se contingência como uma proposição composta que pode assumir tanto o valor lógico verdadeiro quanto falso, dependendo dos valores atribuídos às proposições simples que a compõem. Logo podemos concluir que uma contingência é uma proposição que não é uma tautologia e nem uma contradição. As contingências podem também ser denominadas proposições indeterminadas.

Principais características:

- Não é sempre verdadeira nem sempre falsa.
- Seu valor lógico depende da situação considerada.

- Representa a maioria das proposições do cotidiano.

Exemplo:

Sejam as seguintes proposições:

$$P: Está\ chovendo.$$

$$Q: A\ calçada\ está\ molhada.$$

Considerando as proposições acima, construa a tabela verdade de:

$$P \rightarrow Q$$

Tabela 19 – Tabela-verdade Contingência.

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Fonte: Própria autoria.

As contingências representam situações reais e são fundamentais para a análise de argumentos práticos.

4.8. QUANTIFICADORES

A lógica matemática constitui um dos pilares fundamentais para a formalização do raciocínio científico, sendo responsável por conferir precisão, clareza e rigor às afirmações matemáticas. Nesse contexto, os quantificadores desempenham papel central, pois permitem expressar de maneira formal a abrangência de uma proposição em relação aos elementos de um determinado conjunto. Por meio deles, torna-se possível indicar se uma afirmação é válida para todos os elementos de um domínio ou se existe ao menos um elemento para o qual a proposição é verdadeira.

A necessidade dos quantificadores surge da limitação da linguagem natural, que, embora eficiente na comunicação cotidiana, pode gerar ambiguidades quando empregada em contextos científicos. Expressões como “todo”, “algum” ou “existe” carecem de precisão formal. A lógica matemática, ao introduzir símbolos e regras específicas, elimina essas ambiguidades e possibilita a análise rigorosa dos argumentos.

Para que uma proposição quantificada seja adequadamente interpretada, é imprescindível a definição do domínio do discurso, isto é, o conjunto de elementos sobre os quais a proposição se refere. O mesmo enunciado pode assumir valores lógicos distintos conforme o domínio considerado, o que evidencia a importância dessa delimitação no processo de formalização lógica.

4.9 QUANTIFICADOR UNIVERSAL (∀)

Entre os quantificadores fundamentais, destaca-se o quantificador universal, representado pelo símbolo ∀, cuja leitura é "para todo" ou "para qualquer". Esse quantificador indica que a proposição associada é válida para todos os elementos do domínio. Trata-se de um recurso amplamente utilizado em definições e teoremas matemáticos, uma vez que expressa generalizações. Ressalta-se que a validade de uma proposição universal é comprometida pela existência de um único contraexemplo.

Exemplos:

- Todo número par é divisível por 2.

  Forma simbólica:

  $\forall x \in \mathbb{Z}, (x \text{ é } par \rightarrow \text{ x é divisivel por2})$, tal qu $\mathbb{Z}$ é o conjunto dos números inteiros.

- Todos os dias da semana têm 24 horas.

  Forma simbólica:

$$\forall x, (x \text{ é } um\ dia\ da\ semana \ \rightarrow\ x \text{ tem 24 horas})$$

4.9.1 QUANTIFICADOR EXISTENCIAL (∃)

Outro quantificador essencial é o quantificador existencial, representado pelo símbolo ∃, lido como "existe" ou "há pelo menos um". Diferentemente do quantificador universal, ele afirma a existência de ao menos um elemento no domínio para o qual a proposição é verdadeira.

Esse quantificador é particularmente relevante em demonstrações matemáticas que visam comprovar a existência de determinados objetos ou propriedades.

Exemplos:

- Existe um número natural que é primo e par.

Forma simbólica:

$\exists y \in \mathbb{N}\ (y \text{ é } primo\ \rightarrow\ \text{y é par})$, em que $\mathbb{N}$ é o conjunto dos números naturais.

- Existe um aluno que gosta de matemática.

Forma simbólica:

$$\exists x(x \text{ é } aluno\ \wedge\ \text{x gosta de matemática})$$

4.9.2 NEGAÇÃO DE QUANTIFICADORES

Além do uso isolado dos quantificadores, a lógica matemática estabelece regras específicas para a negação de proposições quantificadas. A negação de uma proposição universal equivale à afirmação da existência de um elemento para o qual a proposição não é válida.

Vejamos um exemplo: Seja a proposição: $P{:}\ Todos\ alunos\ gostam\ de\ matemática$. Essa proposição trata-se de um quantificador universal, que pode ser escrita simbolicamente como $\forall x P(x)$. Sua negação é: $\neg P{:}\ Existe\ pelo\ menos\ um\ aluno\ que\ não\ gosta\ de\ matemática.$ Que pode ser escrita simbolicamente como $\exists x \neg P(x)$.

Portanto, temos que $\neg\big(\forall x P(x)\big)$ é equivalente a $\exists x \neg P(x)$, simbolicamente temos:

$$\neg\big(\forall x P(x)\big)\ \equiv\ \exists x \neg P(x)$$

A negação de uma proposição existencial corresponde à afirmação de que a proposição é falsa para todos os elementos do domínio. Essas relações são fundamentais para a construção de provas por contradição e para a análise da validade lógica de argumentos.

Outro aspecto de grande relevância é a ordem dos quantificadores em proposições que envolvem mais de um deles. A alteração dessa ordem pode modificar significativamente o significado do enunciado, o que exige atenção especial em sua formulação. Assim, a correta disposição dos quantificadores é indispensável para evitar interpretações equivocadas.

- Proposição original: Existe um aluno que nunca faltou às aulas.

  Forma simbólica:

$$\exists x(x \text{ é } aluno \wedge x\ nunca\ faltou\ as\ aulas)$$

  Negação correta: Todos alunos já faltaram pelo menos uma vez.

  Forma simbólica:

$$\neg\big(\exists x\ P(x)\big) \equiv \forall x \neg P(x)$$

Exemplos:

- Para todo aluno, existe um professor que o ensina.

  Forma simbólica:

$$\forall x\ \exists y, (x \text{ é } aluno \rightarrow\ y \text{ é professor de x})$$

- Existe um professor que ensina todos os alunos.

  Forma simbólica:

$$\exists y\ \forall x\ (x \text{ é } aluno\ \rightarrow\ \text{y ensina x})$$

Dessa forma, os quantificadores configuram-se como instrumentos indispensáveis à lógica matemática, pois permitem expressar generalizações, afirmar existências e estruturar proposições de maneira rigorosa. Seu domínio é essencial não apenas para a compreensão da matemática, mas também para áreas como a filosofia e a ciência da computação, nas quais a precisão do raciocínio lógico é um requisito fundamental, conforme Bertolini, Fortes (2017), Velasco (2009) e Souza (2008).

Caso o leitor queira dar continuidade aos estudos de lógica matemática, apresentamos algumas sugestões de referências: Sérates (1997, v. 1), Alencar Filho (2012), Mariano, Almeida e Oliveira (2013), Carvalho e Campos (2010), Leite e Castanheira (2017), Dos Santos Fajardo (2017) e Cunha (2008).

5. PRODUTO EDUCACIONAL 1: SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE LÓGICA MATEMÁTICA

A lógica matemática, de fato, é essencial para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da argumentação e da capacidade de resolver problemas. No entanto, seu status dentro da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um pouco mais implícito do que explícito, como visto na seção 2.1 deste trabalho.

Também vimos que a lógica matemática é um ramo da matemática que investiga os princípios do raciocínio válido por meio de estruturas formais e sistemas simbólicos. Seu objetivo principal é a análise das inferências válidas em diferentes contextos, aqui daremos ênfase ao contexto matemático, utilizando linguagens formais compostas por símbolos, regras de formação e regras de inferência. Essa disciplina compreende subáreas como a lógica proposicional, lógica de predicados, teoria dos conjuntos, teoria da prova e teoria da computabilidade. Por meio dessas estruturas, a lógica matemática busca fundamentar formalmente os próprios sistemas matemáticos, avaliando sua consistência, completude e decidibilidade.

Diferentemente da lógica matemática, o raciocínio lógico não depende necessariamente de uma linguagem formal, podendo ser expresso por meio da linguagem natural e aplicado em diferentes áreas do conhecimento. É comumente explorado em testes de aptidão, exames seletivos, e no desenvolvimento de competências lógico-analíticas.

Entretanto, apesar dessa diferença, vimos no Capítulo 2, que o estudo da lógica é capaz de aprimorar o raciocínio lógico a auxiliar na formação do aluno conforme pressupostos da BNCC.

A apresentação de exercícios de lógica matemática, acompanhada de sua resolução sistemática, constitui um elemento central no processo de desenvolvimento do raciocínio lógico. Ao se deparar com problemas que exigem análise, identificação de premissas, estabelecimento de relações e construção de inferências válidas, o estudante é estimulado a organizar o pensamento de forma coerente e rigorosa. A resolução desses exercícios favorece a compreensão das estruturas lógicas subjacentes aos argumentos, promovendo a capacidade de dedução, generalização e justificativa de conclusões. Desse modo, a prática contínua de exercícios de lógica matemática contribui significativamente para a formação do pensamento crítico, autônomo e reflexivo, essencial tanto no contexto escolar quanto na vida acadêmica e social. (SARAIVA, et. al, 2018) e (SOARES, DORNELAS, 2007).

Por isso nesse capítulo, propomos uma sequência didática, voltada para os anos finais do Ensino Fundamental, podendo estender-se ao Ensino Médio, que consiste em uma possível ferramenta de desenvolvimento do raciocínio lógico a partir da lógica matemática.

De acordo com Cerqueira (2013), sequência didática:

> Trata-se de um conjunto de atividades concebidas e organizadas de tal forma que cada etapa está interligada à outra. Ao planejá-la, o professor tem como objetivo ensinar um determinado conteúdo, começando por uma atividade simples até chegar às operações mais complexas. Ou seja, elas são elaboradas de modo a respeitar os graus de dificuldade que os alunos irão encontrar nas tarefas, tornando possível sua superação. (p. 3).

As atividades apresentadas a seguir foram elaboradas em consonância com os pressupostos teóricos e metodológicos expostos no decorrer do texto, que enfatiza a resolução sistemática de exercícios de lógica matemática como instrumento fundamental para o desenvolvimento do raciocínio lógico. Cada proposta busca contemplar situações-problema que exigem do estudante a identificação de premissas, a análise das relações entre proposições e a construção de inferências válidas, promovendo a organização estruturada do pensamento.

Além disso, as atividades priorizam a explicitação dos passos da resolução, favorecendo a compreensão das estruturas lógicas subjacentes aos argumentos e estimulando a prática da dedução, da generalização e da justificativa rigorosa das conclusões obtidas. Dessa forma, não se trata apenas de resolver exercícios, mas de vivenciar um processo formativo que fortalece o pensamento crítico, a autonomia intelectual e a postura reflexiva.

Assim, as propostas que seguem estão alinhadas ao objetivo central do trabalho, pois materializam, em termos práticos, a concepção de que a lógica matemática constitui uma ferramenta pedagógica eficaz para a consolidação de habilidades cognitivas essenciais no contexto escolar, acadêmico e social.

5.1 PLANO DE AULA – LÓGICA MATEMÁTICA

Duração: 8 aulas

Carga horária: 4 aulas conjugadas (50 minutos cada aula)

Área: Matemática

Tema: Introdução à Lógica Matemática e ao Raciocínio Lógico

OBJETIVO GERAL

Desenvolver o raciocínio lógico dos estudantes por meio do estudo da lógica matemática, favorecendo a capacidade de argumentar, analisar situações, estabelecer relações entre ideias e resolver problemas de forma estruturada e coerente.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Compreender o conceito de proposição lógica.
- Diferenciar proposições simples e compostas.
- Reconhecer e utilizar corretamente os conectivos lógicos.
- Construir e interpretar tabelas-verdade.
- Identificar tautologias, contradições e contingências.
- Aplicar conceitos de lógica matemática a situações do cotidiano.

CONTEÚDOS PROGRAMÁTICOS

- Noções iniciais de lógica matemática.
- Proposições lógicas: simples e compostas.
- Conectivos lógicos: negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional.
- Tabelas-verdade.
- Tautologias, contradições e contingências.

METODOLOGIA

A metodologia proposta fundamenta-se em uma abordagem ativo-participativa, com ênfase na resolução sistemática de problemas como estratégia para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo. Parte-se do pressuposto de que a aprendizagem da lógica matemática ocorre de maneira mais eficaz quando o estudante é conduzido a analisar, estruturar e justificar seus próprios processos de pensamento.

Abordagem Didático-Pedagógica

A aula será conduzida segundo os seguintes princípios metodológicos:

- Problematização inicial: apresentação de uma situação-problema contextualizada, com o objetivo de mobilizar conhecimentos prévios e despertar o interesse dos estudantes.
- Exploração conceitual orientada: sistematização dos conceitos fundamentais (proposição, conectivos lógicos, tabelas-verdade, negação, conjunção, disjunção, implicação e equivalência lógica).
- Resolução guiada de exercícios: demonstração passo a passo da análise lógica de proposições, enfatizando a identificação de premissas, a estrutura argumentativa e a validade das inferências.
- Prática supervisionada: realização de atividades individuais e/ou em grupos, nas quais os estudantes aplicam os conceitos trabalhados.
- Discussão e socialização: momento coletivo para análise das estratégias utilizadas, comparação de resoluções e esclarecimento de dúvidas.
- Síntese e sistematização final: retomada dos principais conceitos e formalização dos procedimentos lógicos utilizados.

RECURSOS DIDÁTICOS

- Quadro e marcador.
- Slides ou material impresso.
- Lista de exercícios.
- Situações-problema contextualizadas.

AVALIAÇÃO

A avaliação será processual e contínua, considerando:

- Participação nas discussões.
- Realização das atividades individuais e em grupo.
- Correção e interpretação das tabelas-verdade.
- Atividade avaliativa final ou exercício diagnóstico.

RESULTADOS ESPERADOS

Ao final do período, espera-se que os estudantes:

- Compreendam os fundamentos da lógica matemática.
- Utilizem corretamente a linguagem lógica.
- Desenvolvam maior clareza e organização do pensamento.
- Reconheçam a lógica como ferramenta essencial para a aprendizagem matemática e para a tomada de decisões no cotidiano.
- Sejam capazes de resolver exercícios de raciocínio lógico com maior facilidade.

CRONOGRAMA PARA DESENVOLVIMENTO DAS AULAS

Aulas 1 e 2

Tema: Introdução à Lógica Matemática e Proposições

O ensino da lógica pode ser desenvolvido por meio de uma abordagem expositiva dialogada, na qual o professor apresenta os conceitos fundamentais ao mesmo tempo em que estimula a participação ativa dos estudantes. Inicialmente, é importante discutir o que é lógica, compreendendo-a como a área do conhecimento que estuda as regras do raciocínio válido e os critérios que permitem distinguir argumentos corretos de incorretos. Nesse momento, destaca-se também sua importância em diferentes contextos, como na matemática, na filosofia, nas ciências e nas situações cotidianas que exigem análise e tomada de decisão.

Em seguida, a aprendizagem pode ser enriquecida com a análise de exemplos do cotidiano que envolvam raciocínio lógico, como situações de causa e efeito, escolhas condicionais e argumentações presentes em diálogos comuns. Essa contextualização contribui para que os alunos percebam que a lógica não se restringe ao campo teórico, mas está presente em diversas práticas sociais e intelectuais.

Posteriormente, introduz-se a definição de proposição lógica, entendida como toda sentença declarativa que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, mas não ambas simultaneamente. A partir dessa definição, os estudantes são convidados a identificar, entre diferentes tipos de frases, aquelas que constituem proposições e aquelas que não se enquadram nesse conceito, como perguntas, ordens ou exclamações.

Por fim, aprofunda-se o estudo ao propor a classificação das proposições quanto ao seu valor lógico, determinando se são verdadeiras ou falsas. Essa etapa consolida a compreensão dos conceitos iniciais e prepara os alunos para conteúdos mais avançados, como conectivos lógicos, tabelas-verdade e análise de argumentos.

Seguem sugestões de atividades a serem desenvolvidas e possíveis resoluções.

As atividades retiradas de outros materiais são referenciadas, enquanto as demais são de autoria própria.

Questão 01. (OLIMPÍADA BRASILEIRA DE RACIOCÍNIO LÓGICO - OBRL 2014) Julgue os itens a seguir. Considere a seguinte lista de sentenças:

- I. Qual é o seu nome?
- II. Adriana, você vai para o exterior nessas férias?
- III. Que jogador fenomenal!
- IV. Pedro é marceneiro e Francisco é pedreiro.
- V. Bom dia!

Nessa situação, é correto afirmar que entre as sentenças acima, apenas uma delas é uma proposição em:

- **a)** I
- **b)** II
- **c)** III
- **d)** IV
- **e)** V

Solução questão 01:

- **I**. Qual é o seu nome? Frase interrogativa. Não possui valor lógico. Não é proposição.
- **II**. Adriana, você vai para o exterior nessas férias? Também é uma frase interrogativa. Não é proposição.

- **III.** Que jogador fenomenal! Frase exclamativa, expressa opinião ou emoção, sem valor lógico definido. Não é proposição.
- **IV**. Pedro é marceneiro e Francisco é pedreiro. Sentença declarativa, composta por duas afirmações, que podem ser julgadas como verdadeiras ou falsas. É proposição.
- **V.** Bom dia! Frase saudação, não declarativa. Não é proposição.

Conclusão: A única sentença que é uma proposição é a IV.

Alternativa correta: **d)** IV.

Questão 02. (Ataíde, 2019) Para as sentenças abaixo determine as que são proposições ou não e explique sua resposta.

a) O jardineiro Paulo é feliz com seu trabalho.

b) Quem precisa de neve para esquiar?

c) Atenção ao atravessar a rua!

d) A população do país de Portugal é uma nação bastante acolhedora.

Solução questão 02:

a) É uma proposição, pois temos uma frase declarativa.

b) Não é uma proposição, pois temos uma frase interrogativa ao invés de declarativa.

c) Não é uma proposição, pois temos uma frase exclamativa ao invés de declarativa.

d) É uma proposição, pois temos uma frase declarativa.

Questão 03. (OLIMPÍADA BRASILEIRA DE RACIOCÍNIO LÓGICO - OBRL 2014) Uma proposição é uma sentença afirmativa ou negativa que pode ser julgada como verdadeira (V) ou falsa (F), mas não como ambas. Nesse sentido utilize como referência as frases a seguir:

I. $\frac{3}{4} \neq \frac{6}{8}$

II. Todo paralelogramo é um retângulo?

III. 10% de 10% de 5 é igual a 0, 05.

IV. $3^2 + 3^2 \neq 6$

V. Claro que o quociente da divisão de 1 por 16 e igual a 0,0625!

Assinale a única alternativa correta em relação a quantidade de proposições referente aos itens acima:

a) Nenhuma.

b) Apenas uma.

c) Apenas duas.

d) Apenas três.

e) Quatro.

Solução questão 03:

Item I é uma sentença declarativa cujo valor lógico é falso, pois trata se de frações equivalentes.
Item II todo paralelogramo é um retângulo? É uma frase interrogativa, portanto não pode ser classificada como verdadeira ou falsa. Não é proposição.
Item III. 10% de10% de 5 é igual a 0,05. Sentença declarativa. O cálculo confirma a afirmação, logo é verdadeira. É proposição.
Item IV. $3^2 + 3^2 \neq 6$. Sentença declarativa e verdadeira, pois $9 + 9 = 18 \neq 6$. É proposição.
Item V. Claro que o quociente da divisão de 1 por 16 é igual a 0,0625!. Apesar do tom enfático, trata-se de uma sentença afirmativa, com valor lógico bem definido (verdadeira). É proposição.
Conclusão: São proposições os itens I, III, IV e V, totalizando quatro proposições.
Alternativa correta: E) Quatro.

Aulas 3 e 4

Tema: Proposições simples, proposições compostas e conectivos lógicos

- Apresentação e explicação dos conectivos lógicos:
  $\neg$ (negação), $\wedge$ (conjunção), $\vee$ (disjunção), $\rightarrow$ (condicional) e $\leftrightarrow$ (bicondicional).

- Leitura e interpretação de proposições escritas em linguagem simbólica e em linguagem natural, destacando o significado de cada conectivo.

- Análise de exemplos contextualizados, relacionando situações do cotidiano à estrutura lógica das proposições.

Espera-se que, ao longo do desenvolvimento das atividades, os estudantes avancem na compreensão da estrutura lógica dos enunciados, demonstrando capacidade de identificar corretamente as proposições simples que os compõem e de reconhecer os conectivos lógicos que estabelecem relações entre elas. Além disso, pretende-se que sejam capazes de interpretar tais enunciados de forma clara, explicitando em linguagem natural o significado lógico envolvido em cada construção. Paralelamente, busca-se que desenvolvam segurança na transposição da linguagem corrente para a linguagem simbólica da lógica matemática, compreendendo não apenas a correspondência entre termos e símbolos, mas também a estrutura formal que organiza o raciocínio. O aluno dever ser estimulado a leitura crítica, a interpretação lógica e a compreensão do uso da lógica matemática em contextos reais.

Sugestões de atividades:

(As atividades retiradas de outros materiais são referenciadas, enquanto que as demais são de autoria própria)

Questão 01. Leia atentamente os enunciados a seguir e responda às questões.

I. “Se chover, então a aula será cancelada.”

a) Identifique as proposições simples presentes no enunciado.

b) Qual conectivo lógico está sendo utilizado?

c) Explique, com suas próprias palavras, o significado lógico dessa frase.

Solução I: Enunciado: “Se chover, então a aula será cancelada.”

a) Proposições simples:

P : “Choverá.”

Q : “A aula será cancelada.”

b) Conectivo lógico: Condicional ($\rightarrow$)

c) Explicação: A frase estabelece uma relação de condição: o cancelamento da aula depende da ocorrência de chuva.

II. “Vou estudar para a prova e farei os exercícios.”

a) Separe as proposições simples.

b) Indique o conectivo lógico presente.

c) Reescreva o enunciado em linguagem simbólica.

Solução II: Enunciado**:** “Vou estudar para a prova e farei os exercícios.”

a) Proposições simples:

P: “Vou estudar para a prova.”

Q: “Farei os exercícios.”

b) Conectivo lógico: Conjunção ($\wedge$)

c) Linguagem simbólica: $P \wedge Q$.

III. “Ou o ônibus chega no horário, ou me atrasarei para a escola.”

a) Identifique as proposições simples.

b) Qual é o conectivo lógico utilizado?

c) Esse "ou" representa uma disjunção inclusiva ou exclusiva? Justifique.

Solução III: Enunciado: "Ou o ônibus chega no horário, ou me atrasarei para a escola."

a) Proposições simples:

P: "O ônibus chega no horário."

Q : "Vou me atrasar para a escola."

b) Conectivo lógico: Disjunção exclusiva ($\oplus$)

c) Tipo de disjunção: Trata-se de uma disjunção exclusiva, pois as duas situações não podem ocorrer simultaneamente: se o ônibus chega no horário, não há atraso.

IV. "Eu só saio de casa se terminar a lição."

a) Identifique as proposições simples.

b) Qual conectivo lógico está implícito nessa frase?

c) Explique o sentido lógico do enunciado.

Solução IV: Enunciado: "Eu só saio de casa se terminar a lição."

a) Proposições simples:

P: "Eu saio de casa."

Q: "Termino a lição."

b) Conectivo lógico implícito: Condicional ($\rightarrow$)

c) Explicação: A frase indica que sair de casa depende da condição de terminar a lição, podendo ser expressa logicamente como: $P \leftrightarrow Q$.

Questão 02. (INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA - IMPA) Escreva as seguintes proposições em formato simbólico.

- **a)** Roberto é flamenguista ou Ronaldo não é vascaíno.
- **b)** O cachorro late se e somente se o gato mia.
- **c)** Gosto de me divertir, mas também gosto de estudar.
- **d)** Se a grama é verde e o céu é azul, então a noite é escura.

Solução questão 02:

a) Seja R: Roberto é flamenguista e P: Ronaldo não é vascaíno, temos:

$$\boldsymbol{R} \lor \neg \boldsymbol{P}$$

b) Seja P: o cachorro late e Q: o gato mia, temos:

$$P \leftrightarrow Q$$

c) Seja P: gosto de me divertir e Q: também gosto de estudar, temos:

$$P \land Q$$

d) Seja $\boldsymbol{P}$: a grama é verde, $\boldsymbol{Q}$: o céu é azul e $\boldsymbol{R}$: a noite é escura, temos:

$$(P \land Q) \rightarrow R$$

Questão 03. (CESPE 2008, apud SILVA, 2022, p.90) Considere as seguintes proposições lógicas representadas pelas letras P, Q, R e S:

P: Nesse país o direito é respeitado.

Q: O país é próspero.

R: O cidadão se sente seguro.

S: Todos os trabalhadores tem emprego.

Considere também que os símbolos "∧" "∨" "→" e "¬" representem os conectivos lógicos "ou", "e", "se . . . então" e "não", respectivamente. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

a) A proposição "Nesse país o direito é respeitado, mas o cidadão não se sente seguro" pode ser representada simbolicamente por $P \land (\neg R)$.

b) A proposição "Se o país é prospero, então todos os trabalhadores tem emprego" pode ser representada simbolicamente por $Q \rightarrow$ R.

c) A proposição "O país ser prospero e todos os trabalhadores terem emprego e uma consequência de, nesse país, o direito ser respeitado", pode ser representada simbolicamente por $(Q \land R) \rightarrow P$.

Solução questão 03:

a) A palavra "mas" tem uma função análoga da palavra "e", assim, o item está correto.

b) Está correto.

c) Se (nesse país, o direito e respeitado), então ((o país e próspero) e (todos os trabalhadores tem emprego) $P \rightarrow (Q \land S)$. Item errado.

Gabarito: Certo, certo e errado.

Questão 04. (JÚNIOR, 2017) Julgue os itens a seguir:

a) $3 + 2 = 7\, e\, 5 + 5 = 10$
b) $1 > 0 \wedge 2 + 2 = 4$

c) Paris é a capital de Portugal ou Recife é a capital do Ceará.

d) $3 + 4 = 7\ se, e\ somente\ se\ 3^2 = 9$

e) $Se\ 3 + 2 = 6, então\ 4 + 4 = 9$

f) Não é verdade que 18 é um número ímpar.

g) $2 = 3\ se, e\ somente\ se, 5 > 4$

h) $2 \leq 3$

Solução questão 04:

a) Chamando de (I) $3 + 2 = 7\ e\ \ (II)\ 5 + 5 = 10$

Temos que $V\ (I)\ = $ F e V(II) = V

$V\big((I) \wedge (II)\big) = F, portanto\ o\ item$ é falso.

b) $1 > 0 \wedge 2 + 2 = 4$

Chamando de (I) $1 > 0$ e de (II) $2 + 2 = 4$, temos que $V(I) = V$ e $V(II) = V$

Logo $V\big((I) \wedge (II)\big) = V$, portanto o item é verdadeiro.

c) Paris é a capital de Portugal ou Recife é capital do Cerará.

Sejam as proposições P: $Paris$ é $a\ capital\ de\ Portugal$ e R: $Recife$ é $a\ capital\ do\ Cear$á, temos que $V(P) = F$ e $V(R) = F$, logo a $V(P \vee \text{R}) = F$, portanto o item é falso.

d) $3 + 4 = 7\ se, e\ somente\ se\ 3^2 = 9$

Sejam as proposições P: $3 + 4 = 7$ e R: $3^2 = 9$, temos que $V(P) = V$ e $V(R) = V$

Logo, $V(P \leftrightarrow \text{R}) = V$, portanto o item é verdadeiro

e) $Se\ 3 + 2 = 6, então\ 4 + 4 = 9$

Sejam as proposições P: $3 + 2 = 6$ e R: $4 + 4 = 9$, temos que $V(P) = F$ e $V(R) = F$. Logo a $V(P \rightarrow R) = V$, portanto o item é verdadeiro.

f) Não é verdade que 18 é um número ímpar.

Seja a proposição P: é $verdade\ que$ 18 é $um\ n$ú$mero\ ímpar$.

Então $V(P) = F$, e a $\neg V(P) = V$, portanto o item é verdadeiro.

g) $2 = 3\ se, e\ somente\ se, 5 > 4$

Sejam as proposições P: $2 = 3$ e Q: $5 > 4$.

Temos que $V(P) = F$ e $V(Q) = V$, temos que $V(P \leftrightarrow \text{Q}) = F$.

Portanto o item é falso.

h) $2 \leq 3$

Esse item é uma “pegadinha”, primeiro devemos lembrar que o símbolo matemático $\leq$, significa menor ou igual, e, portanto, a escrita $2 \leq 3$, significa que $2 \text{ é } menor\ que\ 3\ ou\ que\ 2 \text{ é } igual\ a\ 3$.

Portanto $V(2 \leq 3) = V$, logo o item é verdadeiro.

Aulas 5 e 6

Tema: Tabela-verdade

- Explicação do conceito e da finalidade da tabela-verdade.
- Construção passo a passo de tabelas-verdade simples e composta.
- Resolução coletiva de exemplos no quadro.
- O aluno deverá ser capaz de construir e interpretar tabelas-verdade para proposições simples e compostas.

Sugestões de atividades:

(As atividades retiradas de outros materiais são referenciadas, enquanto que as demais são de autoria própria)

Questão 01. Dada as proposições abaixo:

P : “Está chovendo.”

Q: “A rua está molhada.”

Construa a tabela-verdade das proposições:

a) $P \wedge Q$

b) $P \vee Q$

c) $P \rightarrow Q$

Solução questão 01:

Tabela-verdade completa:

Tabela 20 – Solução questão 01- Aula 5 e 6

		Item (a)	Item (b)	Item (c)
P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \rightarrow Q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

Fonte: Própria autoria

Questão 02. Em quais situações a proposição $(P \rightarrow Q)$ é falsa?

Solução questão 02:
A proposição $P \rightarrow Q$ é falsa somente quando P é verdadeira e Q é falsa, ou seja, quando chove, mas a rua não está molhada.

Questão 03. Em qual das proposições acima o valor lógico só é verdadeiro quando ambas as proposições simples são verdadeiras?

Solução questão 03:
A proposição que só é verdadeira quando ambas as proposições simples são verdadeiras é a conjunção, representada por: $P \wedge Q$

Questão 04. A mãe de Luan decidiu autorizar o uso do cartão de crédito para compras online, desde que, por segurança, toda compra fosse confirmada tanto por Luan quanto por sua mãe, por meio de senha e biometria, respectivamente. Luan, animado, tentou realizar uma compra acreditando que apenas a sua senha seria suficiente. No entanto, a compra foi recusada pelo sistema, que apresentou a seguinte justificativa:
"Luan, esta compra não pode ser aprovada, pois o regulamento estabelece que a autorização só é válida quando há confirmação de Luan e de sua mãe."
Com base no texto, responda:

a) Traduza para a linguagem simbólica a proposição:

"A compra foi confirmada por Luan e por sua mãe."

b) Construa a tabela-verdade da proposição obtida no item (a) e indique em qual situação Luan se encontra**.**

c) Explique, com base na tabela-verdade, se o sistema está correto ao recusar a compra.

Solução questão 04:

a) Considere as proposições simples:

P: A compra foi confirmada por Luan.

Q: $A\ compra\ foi\ confirmada\ por\ sua\ mãe.$

A proposição composta

“A compra foi confirmada por Luan e por sua mãe”

é representada simbolicamente por: $P \wedge Q$.

b)

Tabela 21 - Solução questão 04 - Aula 5 e 6

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Fonte: Própria autoria

Luan confirmou a compra, mas sua mãe não. Logo:

- $V(P) = V$
- $V(Q) = F$

Nesse caso: $V(P \wedge Q) = F$

c) Sim, o sistema está correto. De acordo com a tabela-verdade da conjunção, a proposição $P\ \wedge Q$ só é verdadeira quando ambas as proposições simples são verdadeiras ao mesmo tempo. Como a confirmação da mãe não ocorreu, a condição exigida pelo regulamento não foi satisfeita. Portanto, a recusa da compra está logicamente justificada.

Questão 05. Juliana e Josy são sócias da loja Desiju e decidiram que todo cheque emitido na conta conjunta da empresa só é válido se tiver a assinatura das duas sócias. Certo dia, Juliana precisou viajar inesperadamente e, na ausência de sua sócia, Josy emitiu um cheque contendo apenas a sua assinatura para pagar um fornecedor.
Considere as proposições simples:

- P: "Juliana assina o cheque."
- Q: "Josy assina o cheque."
- R: "O cheque é válido."

Sabendo que um cheque só é válido quando **ambas** as sócias o assinam, responda:

a) Escreva, em linguagem simbólica, a condição para que o cheque seja válido.

b) Escreva, em linguagem simbólica, a situação ocorrida no dia do pagamento ao fornecedor.

c) Com base nas respostas anteriores, determine se o cheque emitido por Josy é válido ou não, justificando sua resposta logicamente.

d) Construa a tabela-verdade da proposição que representa a validade do cheque e identifique em quais casos o cheque é válido.

Solução questão 05:

a) Como o cheque só é válido quando **as duas sócias assinam**, a validade depende da ocorrência simultânea de P e Q.

- $R \leftrightarrow (P \land Q)$

O conectivo "e" ($\land$) indica que ambas as assinaturas são necessárias. A bicondicional ($\leftrightarrow$) expressa que o cheque é válido *se e somente se* as duas assinarem.

b) Josy assinou o cheque, mas Juliana não estava presente.

$$\neg P \land Q$$

A negação de P indica a ausência da assinatura de Juliana, enquanto Q representa a assinatura de Josy.

c) Substituindo os valores lógicos na condição de validade:

- $V(P) = F$
- $V(Q) = V$

Temos:

$$V(P \wedge Q) = F$$

Logo,

$$V(R) = F$$

Como a regra do banco exige as duas assinaturas, a ausência da assinatura de Juliana torna o cheque **inválido**, mesmo que Josy tenha assinado.

d) Tabela-verdade da proposição $R \leftrightarrow (P \wedge Q)$

Tabela 22 - Solução questão 05 - Aula 5 e 6

P	Q	R	$P \wedge \mathrm{Q}$	$R \leftrightarrow (\mathrm{P} \wedge \mathrm{Q})$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	V
F	V	V	F	F
F	V	F	F	V
F	F	V	F	F
F	F	F	F	V

Fonte: Própria autoria.

A tabela-verdade mostra que o cheque só é válido na situação em que ambas as sócias assinam. Regra dada no enunciado. Em todos os demais casos, o cheque é inválido. Embora nas linhas 4, 6 e 8 a última coluna tenha o valor lógico verdadeiro, trata-se da afirmação de que o cheque sem a assinatura de ambas sócias $V(P \wedge \mathrm{Q}) = F,$ implica que o cheque não é válido e isso é verdade! Isso se dá pois se trata da regra fornecida, portanto cabe interpretação.

Aulas 7 e 8

Tema: Tautologias, contradições, contingências e quantificadores.

- Definição e caracterização de cada tipo de proposição.
- Identificação por meio de tabelas-verdade.
- Exemplos do cotidiano.
- Atividade avaliativa: análise de proposições e classificação.
- Discussão final sobre a importância da lógica matemática para o estudo e para a vida cotidiana.

Questão 01. (CESPE ,2004, apud Junior, 2017) Considere que as letras $P, Q\ e\ R$ representam proposições e os símbolos $\neg,\ \wedge\ e\ \rightarrow$ são operadores lógicos que constroem novas proposições e significam $não, e$ e $então$, respectivamente. Na logica proposicional que trata da expressão do raciocínio por meio de proposições que são avaliadas (valoradas) como verdadeiras (V) ou falsas (F), mas nunca ambos, esses operadores estão definidos, para cada valoração atribuídas as letras proposicionais, na tabela a seguir.

Tabela 23 – Questão 01 aula 7 e 8

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \rightarrow Q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Fonte: (CESPE, 2004)

Suponha que P representa a proposição "Hoje choveu", Q representa a proposição $José\ foi$ à $praia$ e R representa a proposição $Maria\ foi\ ao\ comércio$. Com base nessas informações e no texto, julgue os itens a seguintes.

Pelo item, "hoje não choveu" é F, isto é, ¬ P : F. E "José foi à praia" é V, isto é, $Q\ :\ V$. Com essas valora

a) A sentença "Hoje não choveu então Maria não foi ao comercio e José não foi à praia" pode ser corretamente representada por $\neg P \rightarrow (\neg R \wedge \neg Q)$.

b) A sentença "Hoje choveu e José não foi à praia" pode ser corretamente representada por $P\ \wedge\ \neg Q$.

c) Se a proposição "Hoje não choveu" for valorada como F e a proposição "José foi à praia" for valorada como V, então a sentença representada por $\neg\ P\ \rightarrow Q$ é falsa.

d) De acordo com a tabela-verdade fornecida, podemos classificar como uma tautologia, contradição ou contingência? Justifique sua resposta.

Solução questão 01:

a) Hoje não choveu, equivale simbolicamente a $\neg P$
Então, equivale simbolicamente a $\rightarrow$
Maria não foi ao comércio, equivale simbolicamente a $\neg R$
e, equivale simbolicamente a $\wedge$
José não foi à praia, equivale simbolicamente a $\neg Q$

Juntando todos, concluímos que a representação $\neg P \rightarrow (\neg R \wedge \neg Q),$ está correta.

b) Hoje choveu, equivale simbolicamente a P
e equivale simbolicamente a $\wedge$
José não foi à praia equivale simbolicamente a $\neg Q$
Concluímos que a notação $P \wedge \neg Q,$ está correta.

c) Pelo item, "hoje não choveu" é F, isto é, $\neg P : F$. E "José foi à praia" é V, isto é, $Q : V$. Com essas valorações, o valor logico da proposição composta $\neg P \rightarrow Q$, será V, pois $V(\neg P) = F$ e $V(Q) = V$. Assim temos que $V(\neg P \rightarrow Q) = V$
como o item afirma que a referida proposição é F, o item está errado.

d) Tautologia: verdadeira em todas as linhas da tabela-verdade.

Contradição: falsa em todas as linhas.
Contingência: verdadeira em algumas situações e falsa em outras.
Portanto, a tabela apresentada configura uma **contingência**.

Questão 02. Considere a proposição: P: "Está chovendo."

Construa a tabela-verdade das proposições a seguir e classifique cada uma como tautologia, contradição ou contingência:

a) $P \vee \neg P$
b) $P \wedge \neg P$
c) $P \rightarrow P$

Solução questão 02:

Tabela 24 - Solução questão 01 - Aula 7 e 8

		Item (a)	Item (b)	Item (c)
P	$\neg P$	$P \lor \neg P$	$P \land \neg$P	$P \rightarrow P$
V	F	V	F	V
F	V	V	F	V

Fonte: Própria autoria.

a) $P \lor \neg P$: Tautologia

É sempre verdadeira, independentemente do valor de (p).

b) $P \land \neg$P: Contradição

É sempre falsa, pois uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

c) $P \rightarrow P$: Tautologia

Uma proposição sempre implica a si mesma.

Questão 03. Classifique as proposições abaixo, justificando sua resposta:

a) "Ou a loja está aberta ou não está aberta."

b) "Está chovendo e não está chovendo."

c) "Se eu estudar, então passarei na prova."

Solução questão 03:

a) "Ou a loja está aberta ou não está aberta."

Tautologia (forma lógica $P \lor \neg P$).

b) "Está chovendo e não está chovendo."

Contradição (forma lógica $P \land \neg$P).

c) "Se eu estudar, então passarei na prova."

Contingência, pois pode ser verdadeira ou falsa dependendo da situação.

Questão 04. Explique, com suas próprias palavras, por que tautologias e contradições são importantes para a análise de argumentos lógicos. Depois crie uma situação de tautologia e crie uma situação de contradição.

Solução questão 04:

Resposta esperada: As tautologias são importantes porque representam verdades lógicas universais, enquanto as contradições indicam incoerências que devem ser evitadas em argumentos. A identificação desses casos auxilia na avaliação da validade e da consistência dos raciocínios, contribuindo para a construção de argumentos claros e bem fundamentados. Pedir para que os alunos socializem as situações criadas.

Questão 05. (FGV, 2013, apud GRAN TECNOLOGIA E EDUCAÇÃO S/A, 2013) Dona Maria tem quatro filhos: Francisco, Paulo, Raimundo e Sebastiao. A esse respeito, sabe-se que:
I. Sebastiao é mais velho que Raimundo.
II. Francisco é mais novo que Paulo.
III. Paulo é mais velho que Raimundo.
Assim, é obrigatoriamente verdadeiro que:

a) Paulo é o mais velho.

b) Raimundo é o mais novo.

c) Francisco é o mais novo.

d) Raimundo não é o mais novo.

e) Sebastiao não é o mais novo.

Solução questão 05:

Vamos analisar cada caso, assim temos:

Sebastião não é o mais novo, pois considerando as informações, podemos afirmar que Sebastião é mais velho que Raimundo. Portanto Sebastião não é o mais novo e Raimundo não é o mais velho.

Francisco é mais novo que Paulo, então Paulo não é o mais novo e Francisco não é o mais velho.

Paulo é mais velho que Raimundo, então Paulo não é o mais novo e Raimundo não é o mais velho.

Sabemos que Paulo não é o mais novo, mas não podemos afirmar que é o mais velho. Assim, a alternativa "a" não é obrigatoriamente verdadeira.

O mesmo podemos dizer das opções b e c, pois sabemos que Raimundo e Francisco não são os mais velhos, mas não podemos afirmar que são os mais novos.

Portanto, a única opção que é obrigatoriamente verdadeira é que Sebastiao não é o mais novo.

Questão 06. Considerando o conjunto dos números inteiros, analise a veracidade das proposições abaixo e justifique cada resposta:

a) $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq 0$
b) $\exists\, x \in \mathbb{Z}$ tal que $x^2 = -1$

Solução da questão 06:

a) $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq 0$

O quantificador universal $\forall$ indica que a propriedade deve ser verdadeira para todo elemento do conjunto.

Para qualquer número inteiro x, o quadrado x^2 é sempre não negativo, pois:

- Se $x > 0$, então $x^2 > 0$,
- Se $x < 0$, então $x^2 < 0$
- Se $x = 0$, então $x^2 = 0$

Portanto a proposição é verdadeira.

b) $\exists\, x \in \mathbb{Z}$ tal que $x^2 = -1$. O quantificador existencial $\exists$ indica que basta um único elemento satisfazer a propriedade. Entretanto, o quadrado de qualquer número inteiro é sempre maior ou igual a zero.

Portanto, não existe inteiro cujo quadrado seja -1, logo a proposição é falsa.

Sugerimos a obra de Sérates (1997, v. 2) como material complementar para aprofundamento e ampliação das atividades propostas.

Ao findar as aulas, será aplicado um questionário aos alunos com o objetivo de se obter um *feedback* sobre o desenvolvimento das aulas e a compreensão dos conteúdos trabalhados. Esse instrumento permitirá identificar as principais dificuldades encontradas, os aspectos que mais contribuíram para a aprendizagem e as estratégias didáticas que se mostraram mais eficazes. A partir das respostas, será possível refletir sobre a prática pedagógica, ajustar metodologias e aprimorar o planejamento das aulas, garantindo um processo de ensino mais participativo, significativo e alinhado às necessidades dos estudantes.

Segue uma sugestão de questionário simples, claro e adequado ao contexto de aulas de lógica matemática, com foco em obter *feedback* dos alunos:

5.2 Questionário de Avaliação das Aulas de Lógica Matemática

Este questionário tem como objetivo compreender sua percepção sobre as aulas de lógica matemática, a fim de aprimorar o processo de ensino e aprendizagem. Suas respostas são muito importantes.

1. Você considera que os conteúdos de lógica matemática apresentados foram compreensíveis?

( ) Muito compreensíveis

( ) Compreensíveis

( ) Pouco compreensíveis

( ) Difíceis de compreender

2. As explicações dadas em sala de aula ajudaram na compreensão dos conceitos trabalhados?

( ) Sempre

( ) Na maioria das vezes

( ) Poucas vezes

( ) Não ajudaram

3. As atividades propostas (exercícios, tabelas-verdade, análises de proposições) contribuíram para o seu aprendizado?

( ) Contribuíram muito

( ) Contribuíram parcialmente

( ) Contribuíram pouco

( ) Não contribuíram

4. Qual conteúdo você considera mais fácil de compreender?

( ) Proposições

( ) Conectivos lógicos

( ) Tabelas-verdade

( ) Tautologias, contradições e contingências

5. Qual conteúdo você considera mais difícil?

( ) Proposições

( ) Conectivos lógicos

( ) Tabelas-verdade

( ) Tautologias, contradições e contingências

6. Você percebe relação entre a lógica matemática estudada e situações do seu cotidiano?

( ) Sim, com clareza

( ) Em alguns casos

( ) Pouco

( ) Não percebo

7. As aulas despertaram maior interesse pelo estudo da lógica matemática?

( ) Sim

( ) Parcialmente

( ) Não

8. O que você acredita que poderia melhorar nas aulas de lógica matemática?

____

____

____

9. Deixe um comentário ou sugestão sobre as aulas:

____

____

____

5.3 SEGUNDO PRODUTO DIDÁTICO: JOGO

De acordo com Chiummo, De Oliveira (2016), a compreensão do jogo como recurso pedagógico ultrapassa a ideia de simples atividade recreativa e o posiciona como instrumento metodológico capaz de potencializar a aprendizagem. Ao tornar o processo educativo mais concreto e prazeroso, o jogo atua como mediador entre o conteúdo formal e a experiência do estudante, favorecendo a construção ativa do conhecimento. Nesse sentido, a ludicidade não se opõe ao rigor acadêmico; ao contrário, pode constituir-se como estratégia estruturada para promover compreensão conceitual e desenvolvimento cognitivo.

No ensino da Matemática, essa perspectiva torna-se particularmente relevante. Trata-se de uma área frequentemente associada à abstração excessiva e à memorização mecânica de procedimentos. A utilização de jogos didáticos permite a materialização de conceitos, possibilitando que o estudante manipule regras, formule hipóteses, teste estratégias e analise resultados. Ao participar de uma situação lúdica estruturada, o aluno mobiliza operações mentais como comparação, classificação, generalização e inferência lógica, elementos fundamentais ao raciocínio matemático.

Além disso, o jogo transforma a sala de aula em um espaço democrático de aprendizagem. Ao estabelecer regras comuns e permitir a participação ativa de todos, promove-se um ambiente no qual o erro deixa de ser motivo de punição e passa a ser compreendido como etapa do processo cognitivo. A interação entre os estudantes favorece o diálogo, a argumentação e a cooperação, aspectos que ampliam a compreensão dos conteúdos e fortalecem competências socioemocionais, como respeito, autonomia e responsabilidade.

Sob a perspectiva pedagógica, contudo, a eficácia do jogo depende de intencionalidade didática. Não basta introduzir atividades lúdicas de forma descontextualizada, é necessário que estejam alinhadas aos objetivos de aprendizagem, integradas ao planejamento curricular e acompanhadas por mediação docente qualificada. O professor assume papel central ao orientar a reflexão sobre as estratégias utilizadas, explicitar os conceitos envolvidos e sistematizar o conhecimento construído durante a atividade.

Portanto, ao transformar a sala de aula em um espaço dinâmico e participativo, o jogo contribui para a construção de conhecimentos matemáticos de forma significativa. Mais do que tornar a aprendizagem agradável, ele possibilita que o estudante compreenda, experimente e internalize conceitos por meio da ação e da interação. Assim, o jogo consolida-se como recurso pedagógico consistente, capaz de favorecer tanto o desenvolvimento do raciocínio lógico quanto a formação integral do educando

CONECTANDO PROPOSIÇÕES: UM JOGO DE LÓGICA MATEMÁTICA

Cartas de proposições lógicas: (imprimir 10 de cada)

P	Q	R	S

*Com isso já temos $2^4 = 16$ possibilidades de valores lógicos na proposição.

Cartas de conectivos lógicos: (imprimir 10 de cada)

$\rightarrow$	$\wedge$	$\vee$	$\neg$	$\leftrightarrow$

Carta de linhas da tabela verdade na Guia 2 (em anexo para imprimir)

Tabela 25 - Tabela-verdade com todas as possibilidades

P	Q	R	S
V	V	V	V
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	V
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	V	F
V	F	F	V

V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	V	F
F	V	F	V
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	V	F
F	F	F	V
F	F	F	F

Fonte: própria autoria

Número de jogadores: 2 a 4

Como jogar:

Objetivo principal: ser o primeiro a esvaziar a mão, formando sequências de proposições compostas verdadeiras com pelo menos 3 cartas verdadeiras na mesa.

Início: Cada jogador inicia com 10 cartas. Além disso, é sorteada uma carta de linhas da tabela verdade (tabela 25) que servirá de guia para os valores lógicos de cada proposição.

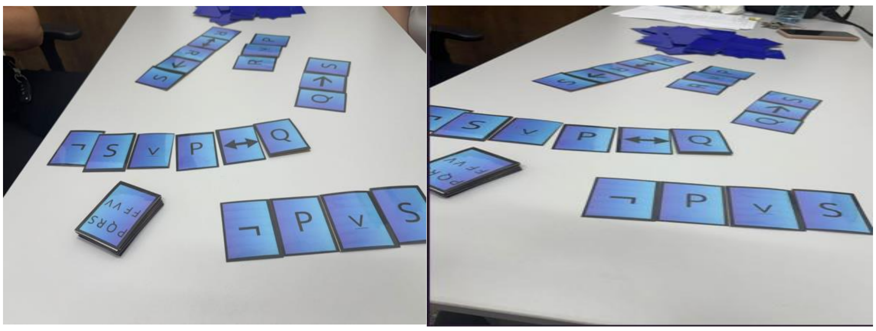
Abertura: Para começar a jogar, é necessário baixar uma combinação completa de pelo menos 3 cartas, com sentido lógico e que tenha valor lógico verdadeiro. Caso o jogador em sua vez não conseguir essa combinação completa, ele deve comprar uma carta do baralho restante.

Rodada: Depois da abertura, o jogador pode na sua vez ou descartar uma ou mais cartas baixando jogos completos ou fazendo manobras, ou, caso não tenha cartas para descartar, pode comprar uma carta nova.

Manobras: Jogadores podem adicionar peças a jogos existentes na mesa ou reorganizar as peças já baixadas (manipulação) para encaixar novas, desde que todos os conjuntos mantenham no mínimo 3 peças.

Vitória: O primeiro a acabar com as peças da mão ganha o jogo.

Figura 1 e 2 – Jogo didático para o ensino de proposições e conectivos lógicos.



Fonte: Própria autoria

6. CONCLUSÃO

Ao longo desta dissertação, evidenciou-se que a Lógica Matemática constitui uma ferramenta fundamental para o desenvolvimento do raciocínio lógico, na medida em que promove a capacidade de analisar, argumentar, deduzir e validar conclusões de forma sistemática e coerente. Por meio de seus princípios, estruturas e métodos, a lógica matemática oferece ao estudante subsídios para organizar o pensamento, identificar relações entre ideias e estabelecer inferências válidas, habilidades essenciais não apenas para a Matemática, mas para diversas áreas do conhecimento.

Observou-se que o contato sistemático com conceitos como proposições, conectivos lógicos, quantificadores e métodos de demonstração contribui significativamente para o aprimoramento da autonomia intelectual e do pensamento crítico. A resolução de problemas e exercícios de lógica, quando trabalhada de forma progressiva e contextualizada, favorece a construção do conhecimento, estimulando o raciocínio dedutivo e indutivo, bem como a clareza na comunicação de ideias.

Diante disso, conclui-se que a inserção mais explícita e intencional da Lógica Matemática nos processos de ensino e aprendizagem pode potencializar o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, tornando-os mais aptos a interpretar situações-problema, formular argumentos consistentes e tomar decisões fundamentadas. Assim, a valorização da Lógica Matemática no contexto educacional revela-se não apenas pertinente, mas necessária, como meio de promover uma aprendizagem mais significativa e o pleno desenvolvimento do raciocínio lógico.

Como continuidade deste trabalho, pretende-se, em um momento posterior, realizar a aplicação da sequência didática proposta em contexto real de sala de aula. Essa etapa permitirá observar, de forma mais concreta, as contribuições das atividades baseadas em lógica matemática para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes da educação básica. A implementação da sequência possibilitará ainda analisar a receptividade dos alunos, bem como avaliar a eficácia das estratégias pedagógicas sugeridas, oferecendo subsídios para eventuais ajustes e aprimoramentos. Dessa forma, espera-se que futuras aplicações possam ampliar os resultados aqui discutidos e fortalecer o uso da lógica matemática como ferramenta pedagógica no processo de ensino e aprendizagem.

7. REFERÊNCIAS

AGUILAR JUNIOR, Carlos Augusto; NASSER, Lilian. *Como o professor avalia as argumentações e provas matemáticas no ensino fundamental?* In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. Anais [...]. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013.

ALENCAR FILHO, Edgard de.1913. *Iniciação à lógica matemática*. – São Paulo: Nobel, 2012.

ATAÍDE, Artur. *Raciocínio Lógico:* Volume Gama. 6. ed. Recife: OBRL Editora, 2019.

BELLUCCO, Alex. *Da lógica informal à lógica formal: desafios para introduzir os estudantes nas linguagens científicas*. Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, v. 22, n. 3, p. 450-469, 2023.

BERTOLINI, Cristiano; DA CUNHA, Guilherme Bernardino; FORTES, Patricia Rodrigues. *Lógica matemática*. Santa Maria: UFSM, 2017.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. 2. ed. rev. e ampl. por uta C. Merzbach. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

BRASIL ESCOLA. *Lógica matemática: o que é, conceitos, operações***.** Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/logica-matematica.htm\>. Acesso em: 20 fev. 2026.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular. Brasília*: MEC, 2018.

CARVALHO, Sérgio; CAMPOS, Weber. *Raciocínio lógico simplificado*. V. 1. Rio de Janeiro: Campus Concursos, 2010.

CERQUEIRA, Dermeval Santos. *Estratégias didáticas para o ensino da Matemática*. Revista Nova Escola, setembro, 2013.

CHIUMMO, Ana; DE OLIVEIRA, Emilio Celso. *Jogos matemáticos: uma ferramenta educacional no Ensino Fundamental*. XII ENEM–Encontro Nacional de Educação de Matemática, São Paulo–SP, v. 13, 2016. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7231_2910_ID.pdf . Acesso em 28 fev. 2026.

CUNHA, Francisco Gêvane Muniz. *Lógica e conjuntos*; Coordenação Cassandra Ribeiro Joye. - Fortaleza: UAB/IFCE, 2008.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: Da teoria à prática*. Cidade Papirus, 1996.

D'OTTAVIANO, Itala M.L; FEITOSA, H. de A. *Sobre a história da lógica, a lógica clássica e o surgimento das lógicas não-clássicas*. **Página Educacional do Cle**, p. 1-34, 2003.

FAJARDO, Rogério Augusto dos Santos. *Lógica matemática*. Cidade: São Paulo, 2017.

FERREIRA, Mateus RF. *O que são silogismos perfeitos? Dois Pontos*, v. 10, n. 2, p. 189-224, 2013.

GRAN Tecnologia e Educação S/A. *Dona Maria tem quatro filhos: Francisco, Paulo e Sebastião...* Disponível em https://questões.grancursosonline.com.br/questões de concursos/raciocínio logico 404257/714344. Acesso em: 6 fev. 2026.

HEGENBERG, Leônidas. *Lógica: o cálculo sentencial – cálculo de predicados e cálculo com igualdade*. 3. ed. São Paulo: Forense Universitária, 2012.

HOLANDA, Francisco Bruno; MUNIZ NETO, Antônio Caminha (revisores). *Material Teórico – Módulo de Introdução à Lógica Matemática: A Linguagem dos Teoremas – Parte II*. [Rio de Janeiro]: Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, 12 maio 2019.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA – IMPA. *Introdução à Lógica Matemática. Portal da OBMEP*. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=153. Acesso em: 20 fev. 2026.

JUNIOR, Antônio Geraldo Pinto Maia. *Raciocínio lógico em Exercícios*. 2ª Edição Alumnus, 2017.

LEITE, Álvaro Emílio; CASTANHEIRA, Nelson Pereira. *Raciocínio lógico e lógica quantitativa*. Editora Intersaberes, 2017.

LÍBANO EDUCACIONAL. *O que é o raciocínio lógico?* Faculdade Líbano, 16 dez. 2025. Disponível em: <https://artigos.libanoeducacional.com.br/artigo/o-que-e-o-raciocinio-logico\>. Acesso em: 20 fev. 2026.

MACHADO, N. J.; CUNHA, M. O. *Lógica e linguagem cotidiana - verdade, coerência, comunicação, argumentação.* Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MARIANO, Fabrício; ALMEIDA, Marcos; OLIVEIRA, Renato. *Raciocínio lógico e matemática para concursos:* CESPE/UNB / Fabrício Mariano, Marcos Almeida e Renato Oliveira. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

MATHEUS, Aline dos Reis. *A Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico.* 2013, Anais. São Paulo: Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, 2013. p. 1-16. Disponível em: https://rpm.org.br/rpm/img/conteudo/files/6_mc11.pdf. Acesso em: 20 fev. 2026.

OLIMPÍADA Brasileira de Raciocínio Lógico – OBRL. *Prova da Olimpíada Brasileira de Raciocínio Lógico 2014*. Disponível em: https://www.obrl.com.br/#provas-gabarito. Acesso em: 6 fev. 2026.

PAPERT, Seymour. *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. Basic Books, 1980.

PIAGET, Jean. *O juízo moral na criança*. Vozes, 1994.

PÓLYA, George. *A arte de resolver problemas***.** Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SARAIVA, Wemerson Pimentel et al. Raciocínio lógico e seu desenvolvimento a partir da lógica matemática. In: **V Congresso Nacional da Educação. Universidade Estadual do Maranhão. Acedido em**. 2018. https://downloads.editoracientifica.com.br/articles/220408741.pdf . Acesso em: 03 jan. 2026.

SÉRATES, Jonofon. *Raciocínio lógico: Lógico matemático, lógico quantitativo, lógico numérico, lógico analítico, lógico crítico*. 6. Ed. Brasília: Gráfica e Editora Olímpica Ltda., 1997. v.1.

SÉRATES, Jonofon. *Raciocínio lógico: Lógico matemático, lógico quantitativo, lógico numérico, lógico analítico, lógico crítico*. 6. Ed. Brasília: Gráfica e Editora Olímpica Ltda., 1997. v.2.

SILVA, Nilton Miguel da; LOZANO, Abel Rodolfo Garcia; LOPES, Jurema Rosa. *Lógica matemática no ensino fundamental como instrumento facilitador da Aprendizagem Ensino da Matemática*. – Duque de Caxias, RJ: Ed. Clube dos Autores, 2012. Disponível em: https://www.academia.edu/8561361/L%C3%B3gica_Matem%C3%A1tica_no_Ensino_Fundamental_Como. Acesso em 21 jan. 2026.

SILVA, Thiago Alan da. Lógica matemática: uma proposta metodológica para olimpíadas de matemática. 2022. 142 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal do Cariri, Centro de Ciências e Tecnologia, Juazeiro do Norte, 2022. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/busca_tcc_det.php?id=171053993&id1=6792. Acesso em 24 fev. 2026.

SOARES, Flávia; DORNELAS, Geovani Nunes. A Lógica no cotidiano e a lógica na Matemática. **IX Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2007. Acesso em 06 jan. 2026.

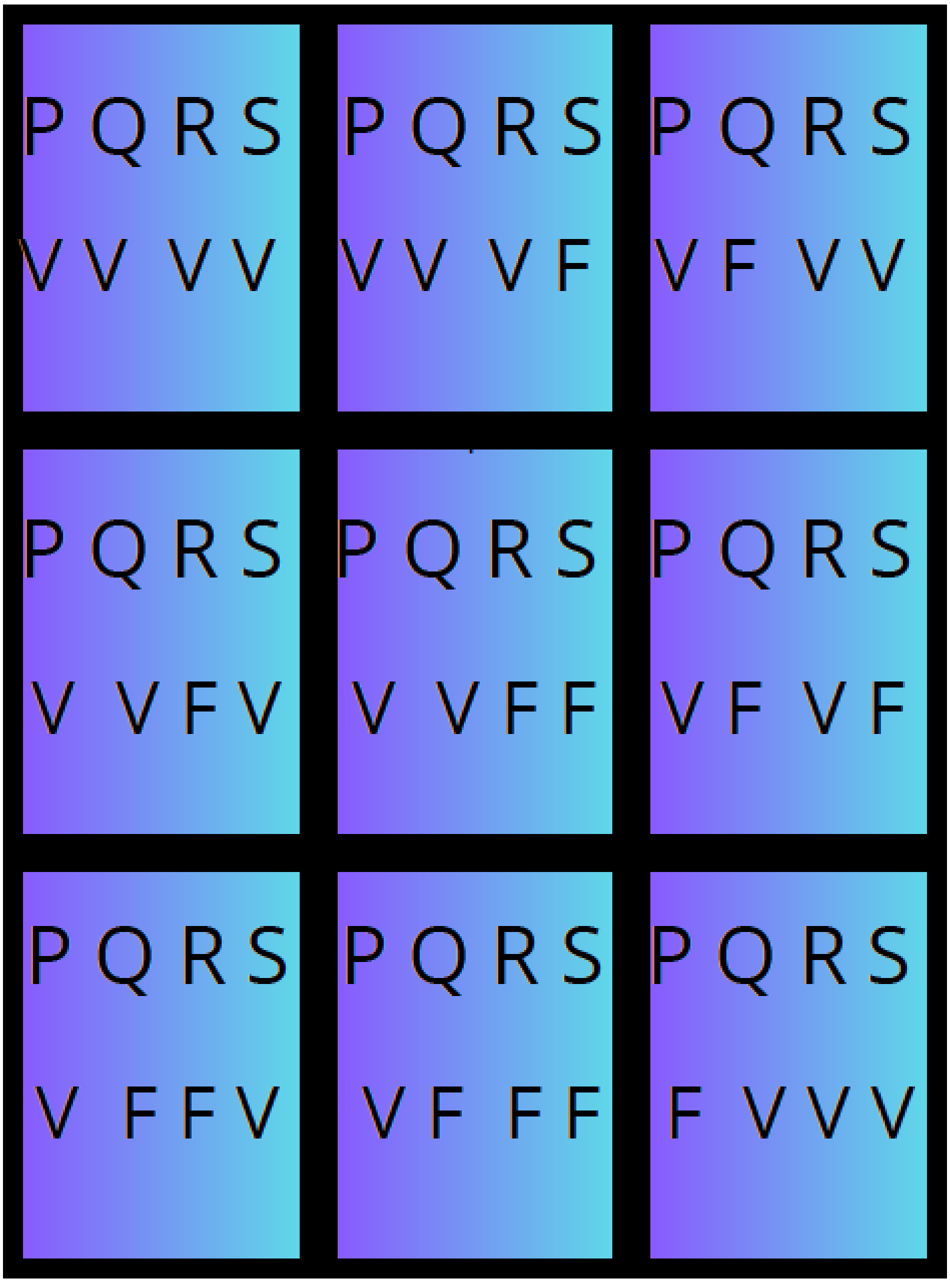
SOUZA, João Nunes de. *Lógica para ciência da computação*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

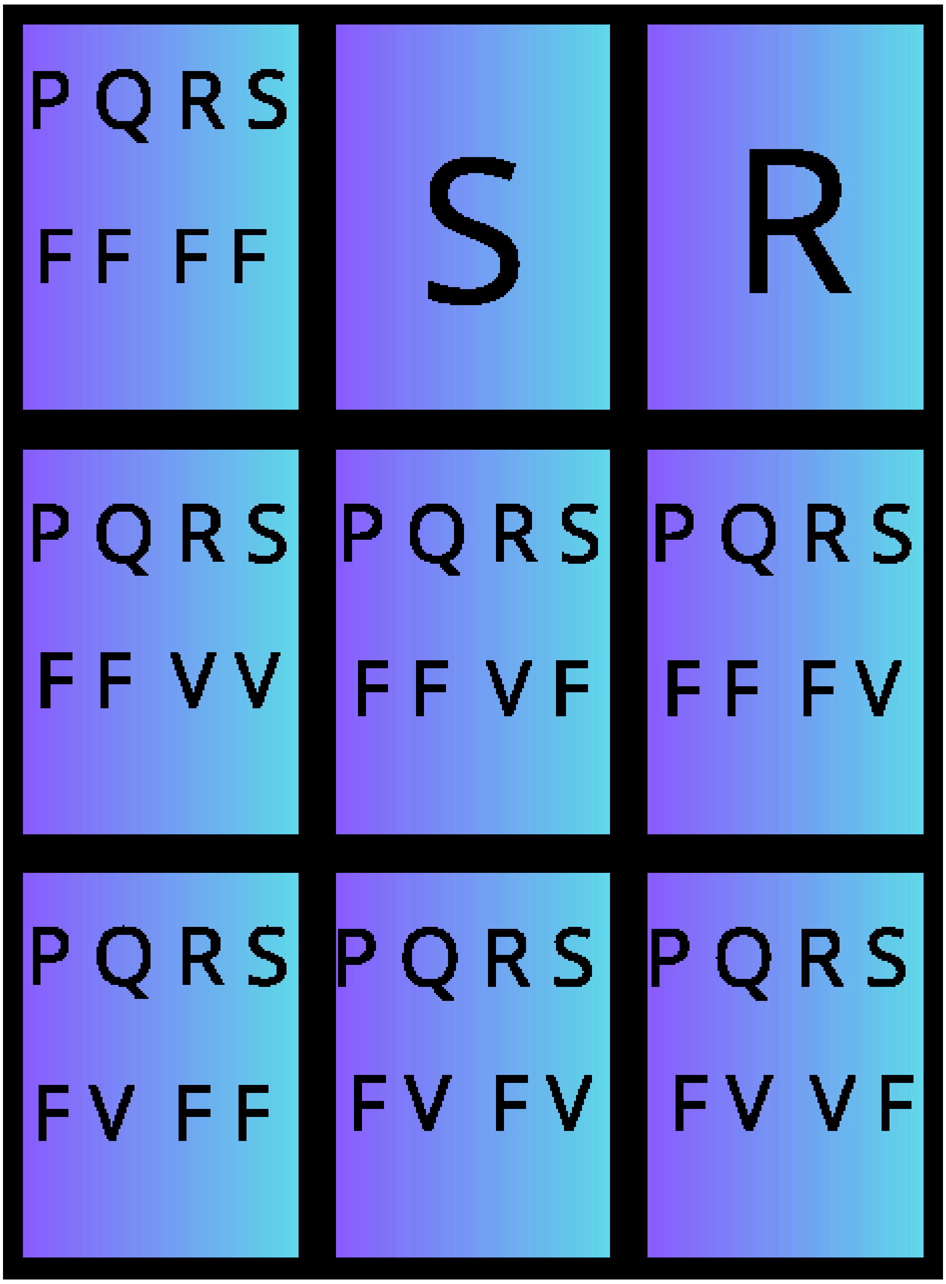
VELASCO, P.D.N (2011). *Sobre o lugar da Lógica na sala de aula*. Revista Sul-Americana De Filosofia E Educação (RESAFE), (13), 64-75. Disponível em https://doi.org/10.26512/resafe.v0i3.4385. Acesso em 01 fev. 2026.

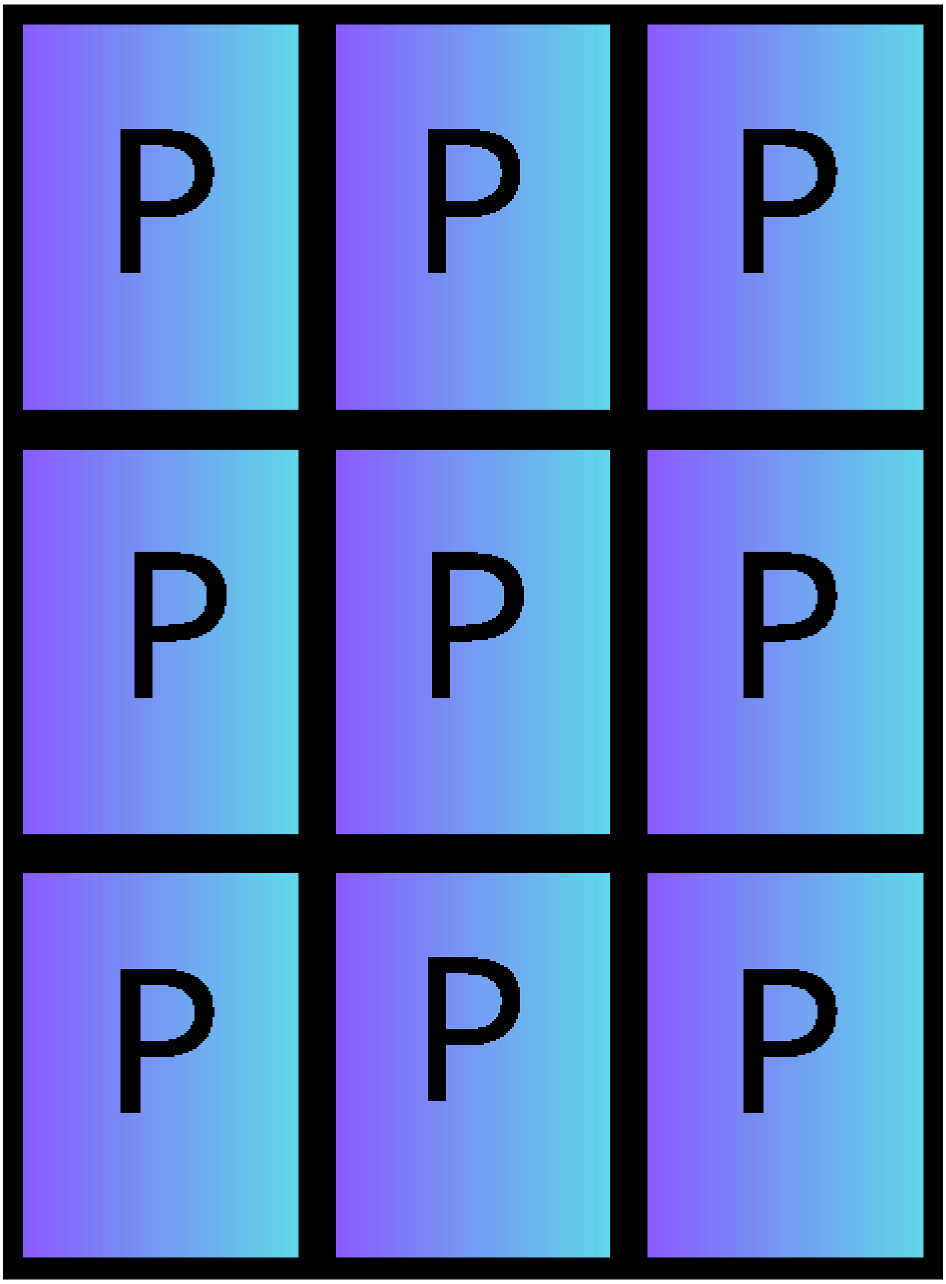
VYGOTSKY, Lev. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 1. ed. São Paulo: Editora Martins Fontes, 2007.

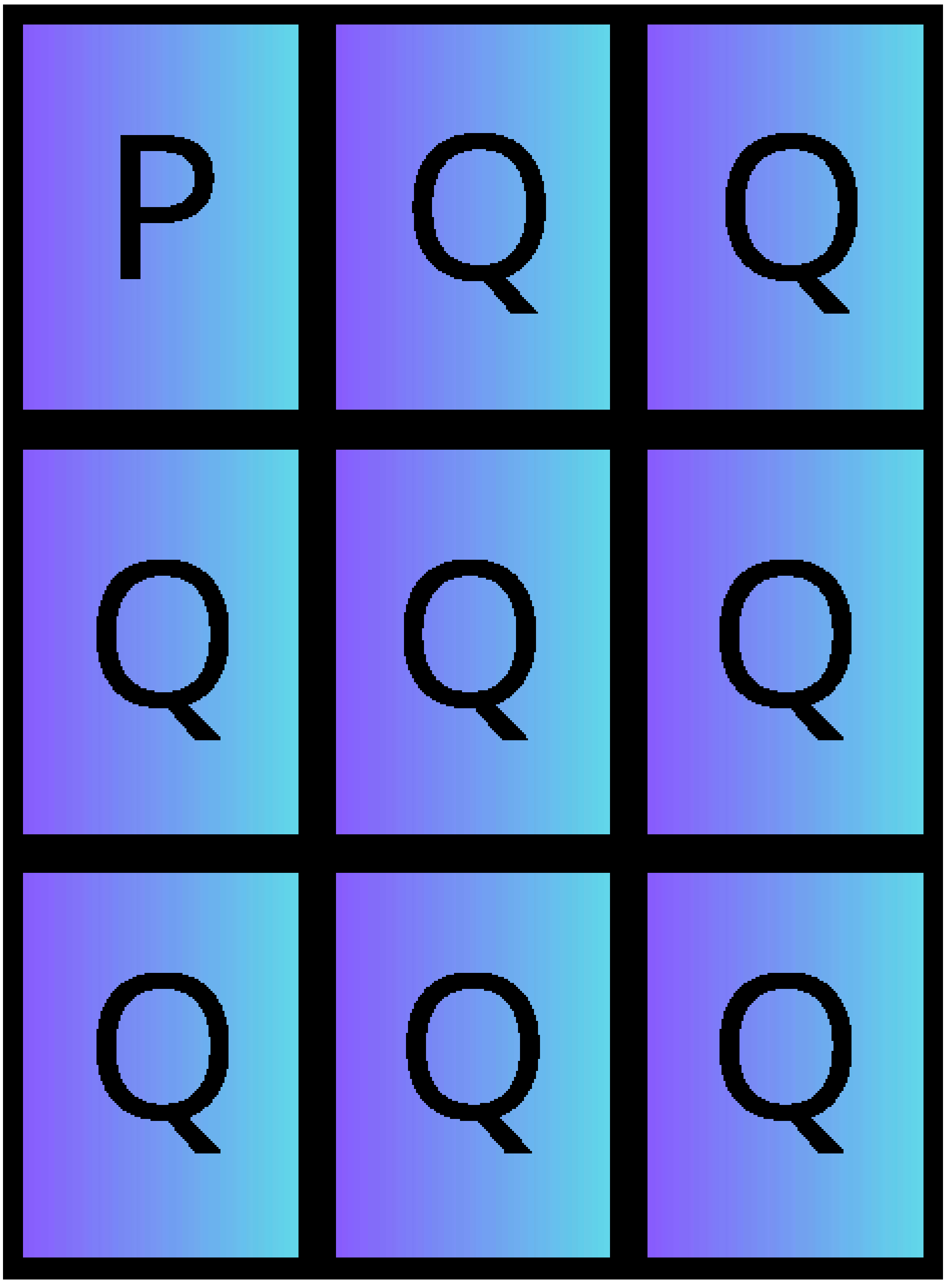
8. APÊNDICE

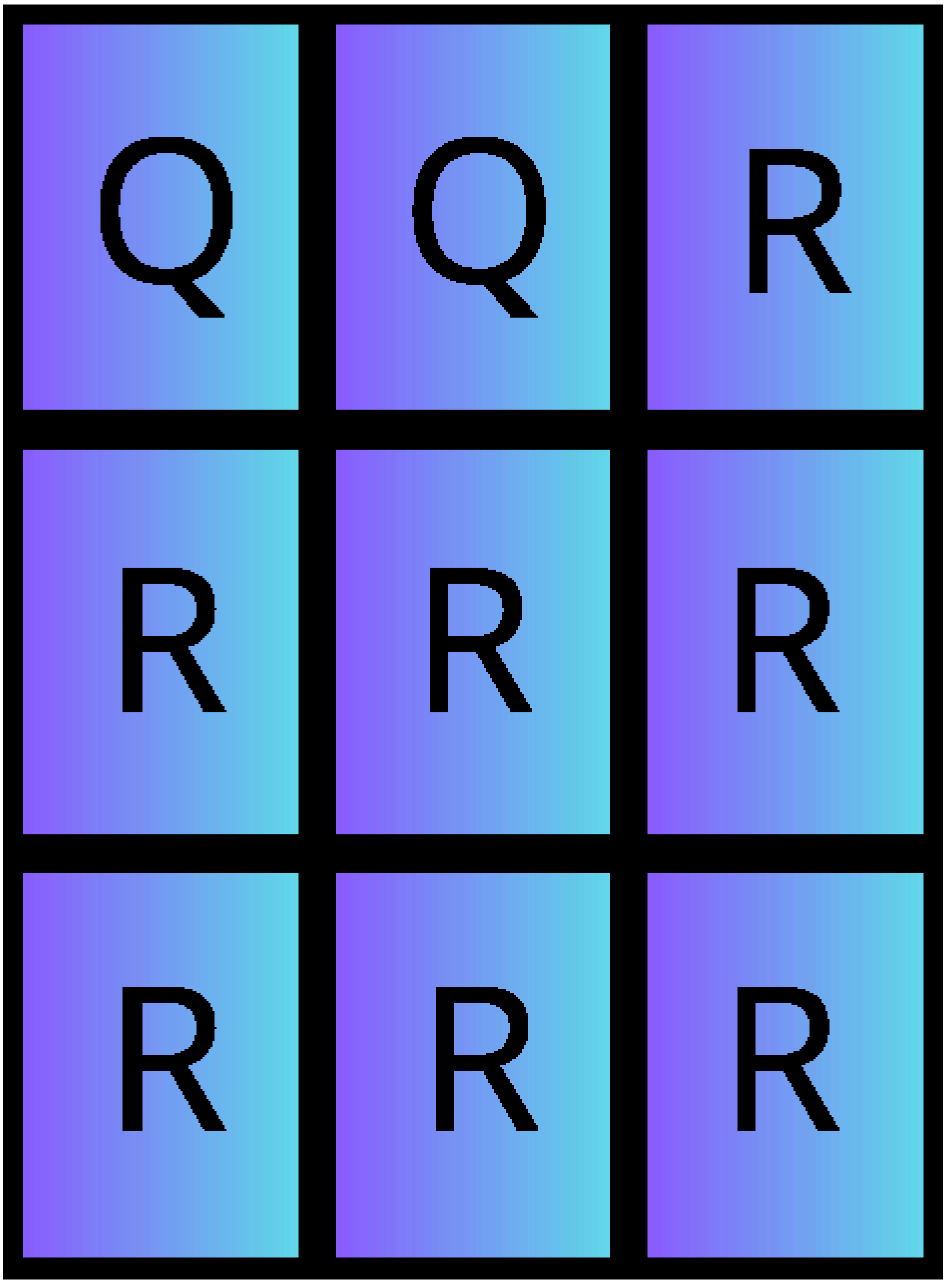
CARTAS PARA IMPRIMIR



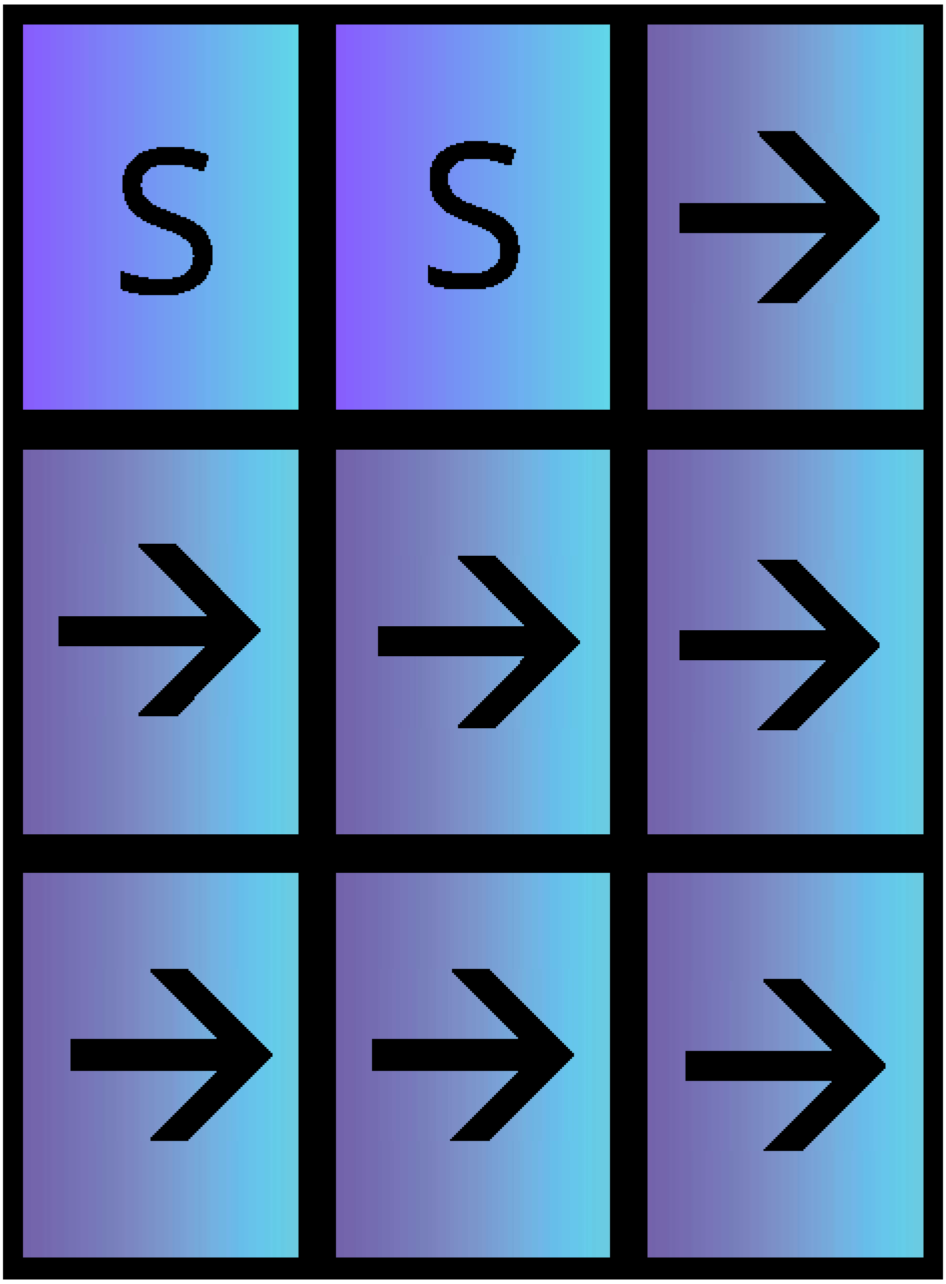

P Q R S
F F F F
S
R
P Q R S
F F V V
P Q R S
F F V F
P Q R S
F F F V
P Q R S
F V F F
P Q R S
F V F V
P Q R S
F V V F

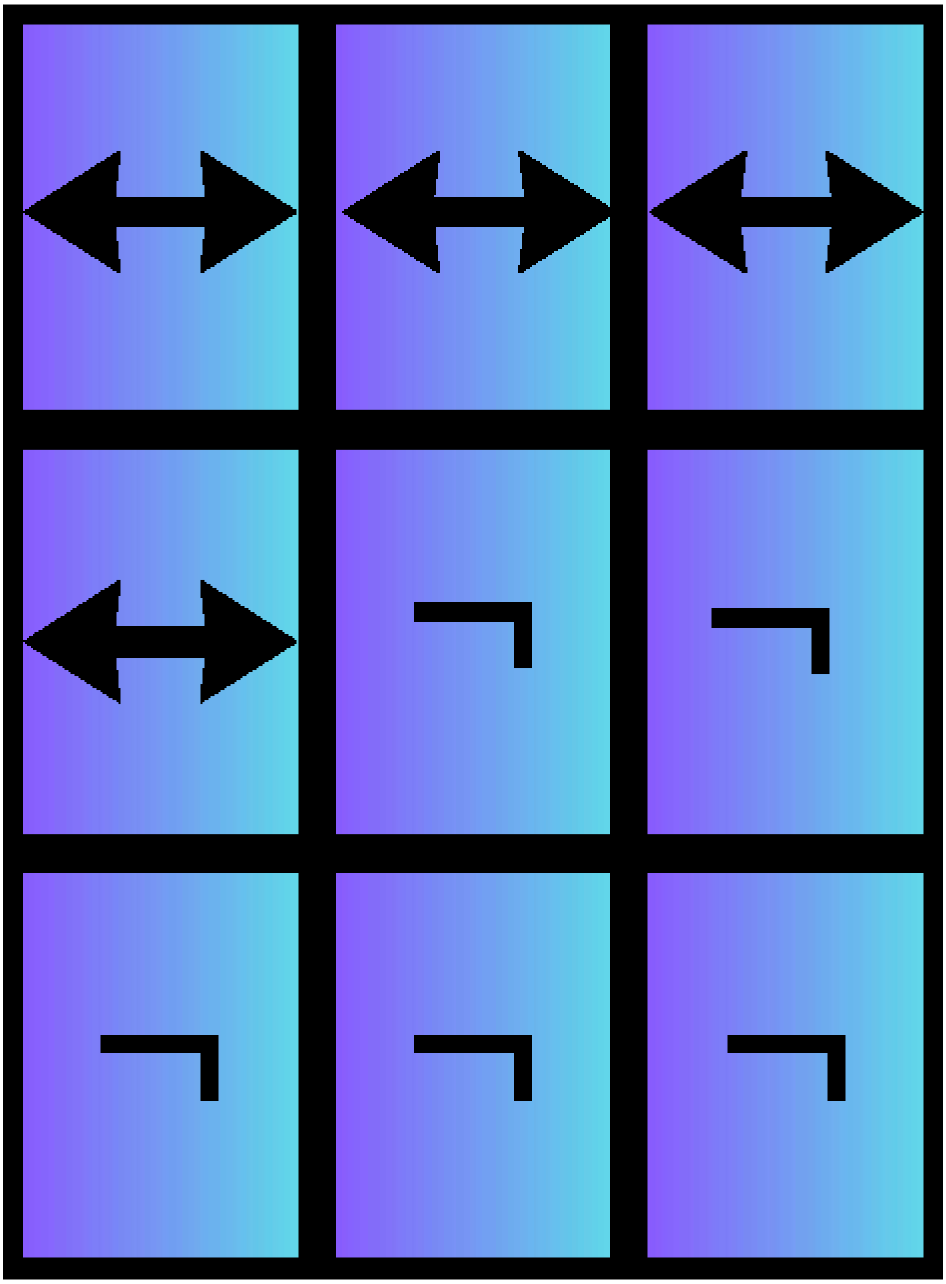

P
P
P
P
P
P
P
P
P

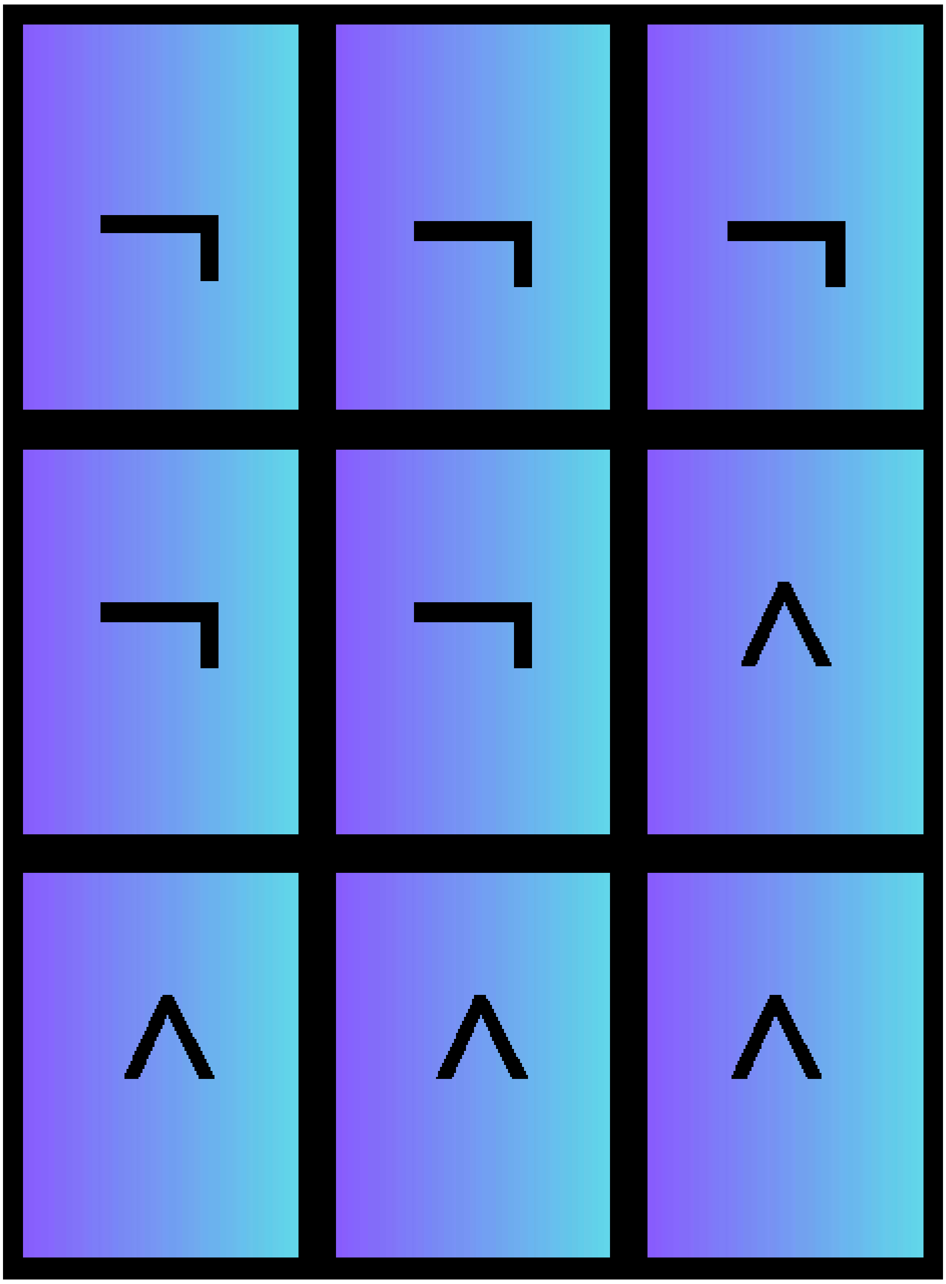

P
Q
Q
Q
Q
Q
Q
Q
Q

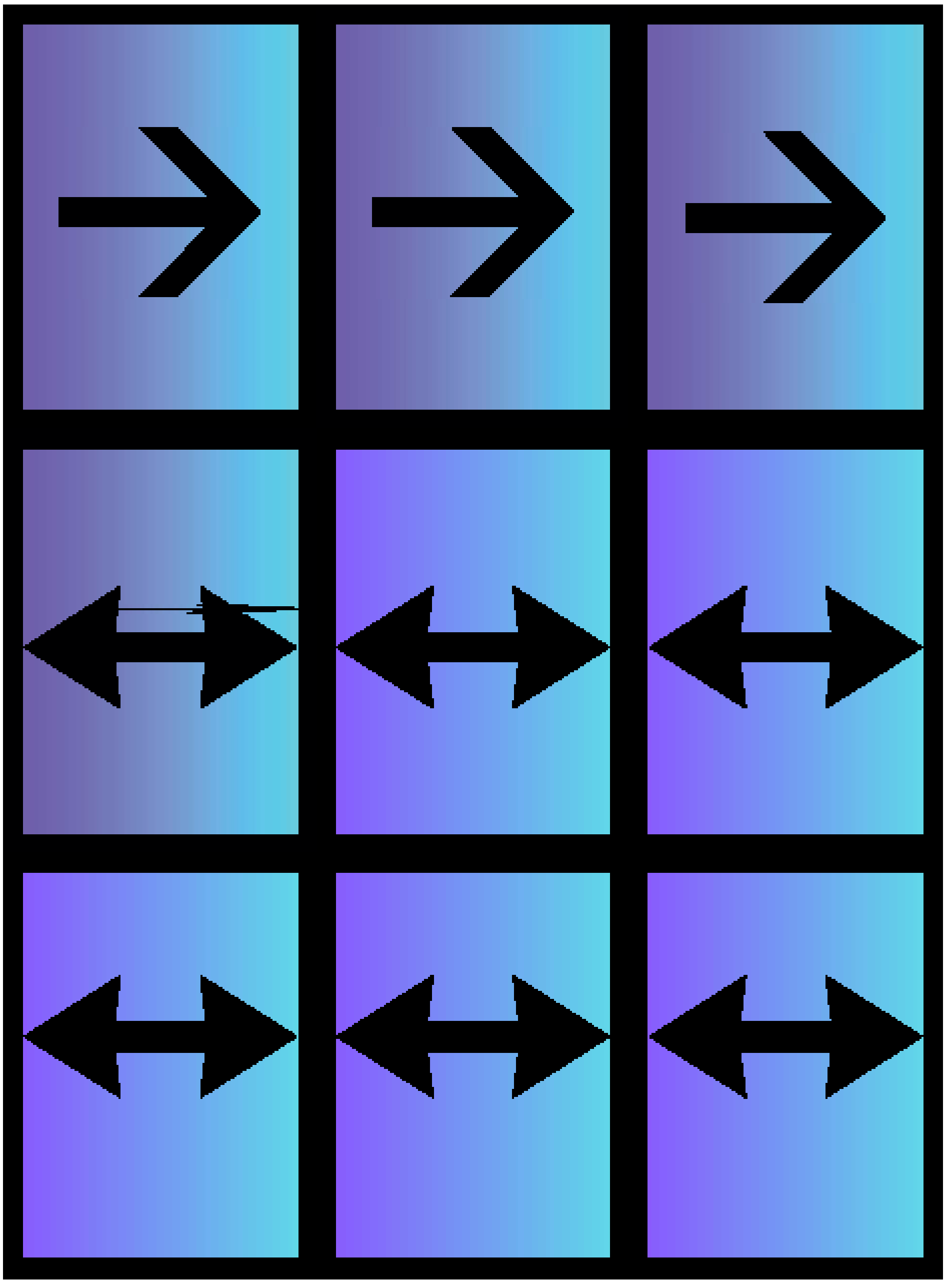

Q
Q
R
R
R
R
R
R
R

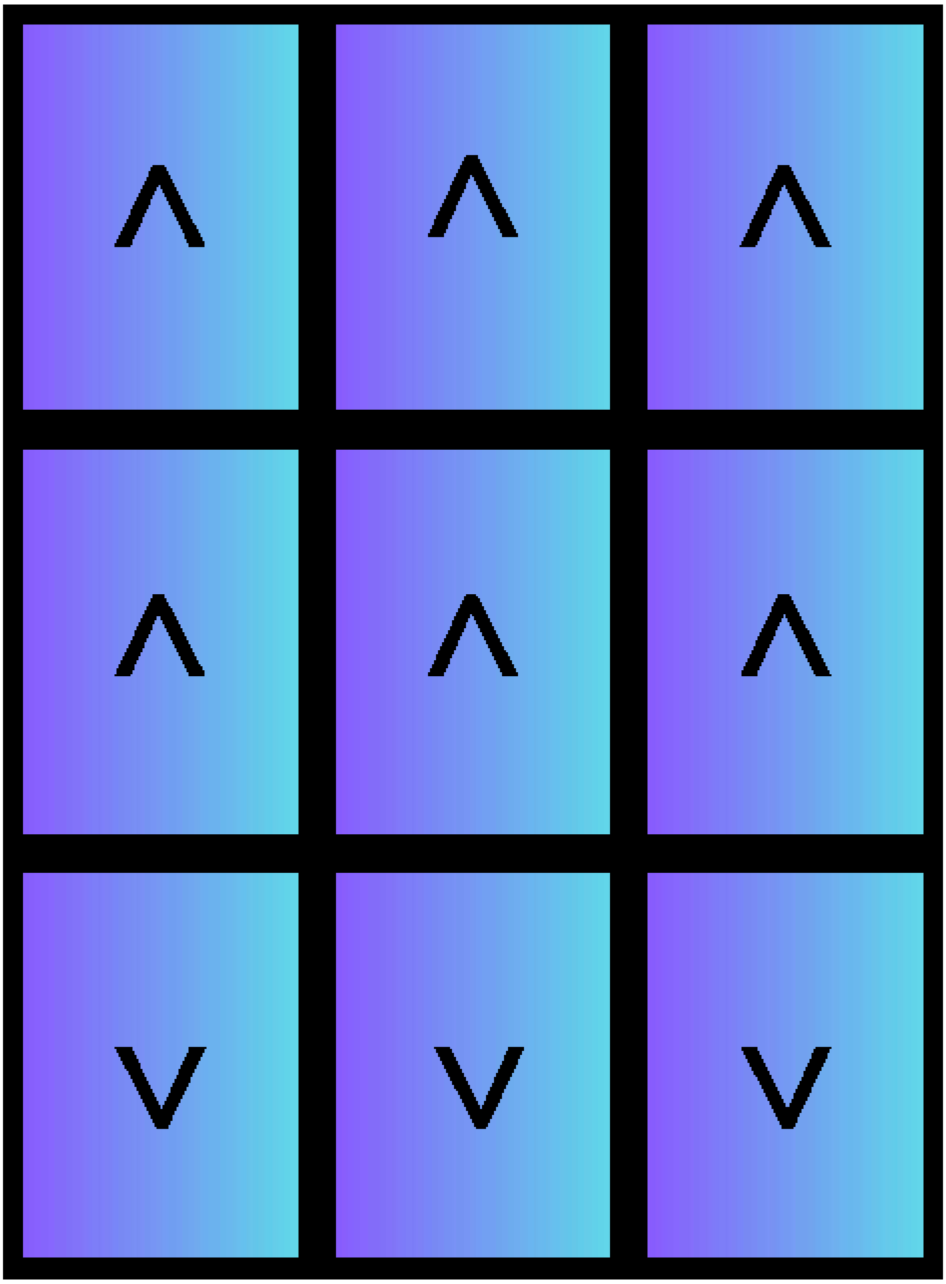
S	R	R
S	S	S
S	S	S

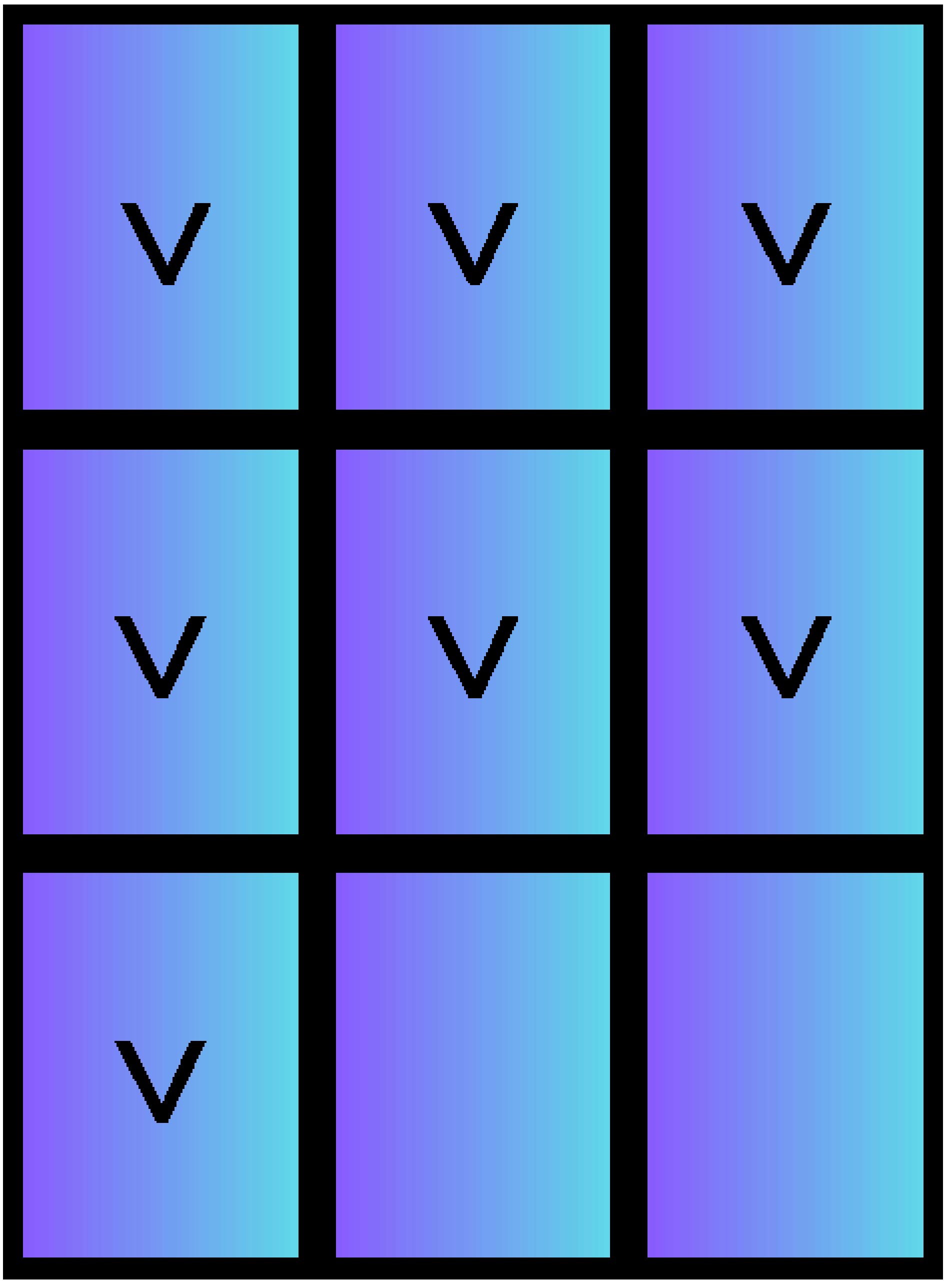

S
S










V
V
V
V
V
V
V